UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

El paso de la aritmética al álgebra

Macedonio Osorio Osorio

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y

Naturales Manizales, Colombia

2016

El paso de la aritmética al álgebra

Macedonio Osorio Osorio

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:
Dr. Simeón Casanova Trujillo.

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Manizales, Colombia

2016

A mis padres, quienes son mi orgullo y modelo a seguir, me han enseñado a construir el camino trazando metas, que de la mano de Dios y La Virgen María he logrado alcanzar. Recompensando de esta manera un poco el gran esfuerzo y sacrificio que han hecho para que me supere día tras día. A mis hijos que son mi fuerza y alegría, a quienes quiero ofrecer todo de mí, para que sean excelentes seres humanos y alcancen la felicidad.

Agradecimientos

A DIOS y a La Santísima Virgen María, porque son ellos los que me guían y llenan de sabiduría mis pasos para superar todos obstáculos en mi vida, haciendo posible la realización de mis proyectos.

Al Dr. Simeón Casanova Trujillo, el asesor de este trabajo, que con su gran conocimiento y dedicación contribuyó significativamente a mi crecimiento personal y profesional. Mostrando en todo momento una excelente calidad humana y disposición a servir a los demás.

A los docentes y secretaria de maestría de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, por aportar con sus conocimientos a mi formación académica.

Al rector Jorge Luis Polanía Vanegas y a los coordinadores María de Jesús Moreno y Julián Ipúz, de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara, por brindarme el apoyo necesario para desarrollar en su totalidad la estrategia planteada en este trabajo.

Resumen

En este trabajo se presentan los resultados de un estudio realizado, con el objetivo de diseñar una estrategia didáctica para que los estudiantes de grado octavo de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara muestren un mejor desempeño en la interpretación, modelación y manejo de las expresiones algebraicas. El cual ha sido estructurado en seis fases: Las dos primeras están orientadas al diseño teórico, donde se plantea el problema, la pregunta orientadora del proceso y los referentes conceptuales y teóricos. Así mismo se abordan los siguientes componentes: Enseñanza para la comprensión, expresiones algebraicas, aprendizaje significativo y situación problema. En la tercera fase se establece la metodología empleada y puesta en marcha de las guías de trabajo. En la cuarta fase se establece un espacio en el que se hace un análisis crítico y sustentable determinado de acuerdo a los hallazgos y resultados obtenidos y las recomendaciones propuestas. La quinta fase, es la aplicación del pos-test. Finalmente, en la sexta fase se establecen las conclusiones y sugerencias

De acuerdo a los resultados obtenidos, se pudo observar en la mayoría de los estudiantes que hicieron parte de esta propuesta, una notoria mejoría en la interpretación, modelación y manejo de las expresiones algebraicas.

Palabras clave: Expresiones algebraicas, aprendizaje significativo, situación problema.

Abstract

The transition from arithmetic to algebra

In this paper we present the results of a study carried out, with the objective of designing a didactic strategy so that the eighth grade students of the I.E. Ana Elisa Cuenca Lara show a better performance in the interpretation, modeling and handling of algebraic expressions. This has been structured in six phases: The first two are oriented to the theoretical design, where the problem, the guiding question of the process and the conceptual and theoretical referents are presented. The following components are also addressed: Teaching for comprehension, algebraic expressions, meaningful learning and problem situation. The third phase establishes the methodology used and the implementation of the work guides. In the fourth phase a space is established in which a critical and sustainable analysis is made according to the findings and results obtained and the proposed recommendations. The fifth phase is the post-test application. Finally, in the sixth phase, the conclusions and suggestions

According to the results obtained, it was possible to observe in the majority of the students that were part of this proposal, a notorious improvement in the interpretation, modeling and handling of the algebraic expressions.

Keywords: algebraic expressions, meaningful learning, problem situation.

Contenido

Lista de figuras

Pág.

Lista de tablas

Pág.

Introducción

Son varios los problemas asociados con la iniciación al álgebra escolar, algunos pueden ser relacionados con aspectos generales que, según Kieran (1989), dependerían del cambio de convenciones respecto del referente aritmético, la interpretación de las letras y el reconocimiento y uso de estructuras.

La intención es realizar un trabajo orientado a fortalecer algunas de las problemáticas asociadas con la enseñanza y el aprendizaje del álgebra.

Por eso este trabajo está dirigido a un grupo experimental de 34 estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara, y con él se pretende abordar, desde las posibilidades de la acción docente, ¿cómo pasar de la aritmética al álgebra escolar?, esto debido a la gran dificultad mostrada por los alumnos, para comprender, identificar y manipular expresiones algebraicas, presentando así, diversos obstáculos cuando se requiere trabajar con ellas.

Durante mi experiencia docente he podido observar que la falta de comprensión de la significación real del lenguaje simbólico en la matemática, ha generado en los estudiantes dificultad para reconocer su uso, para trabajar con incógnitas, con números en general, con constantes y con variables en una relación o en una función.

Se hace entonces necesaria la búsqueda de propuestas didácticas que favorezcan el aprendizaje significativo en el estudio del álgebra, manejo que es de mucha importancia no sólo en la matemática, sino que se aplica en diferentes campos de la ciencia, siendo de gran utilidad para la transformación y solución de problemas que se presentan en la vida diaria, de esta manera se hace transversal en el conocimiento de la humanidad, como se establece en los lineamientos curriculares propuestos por el MEN, en los componentes y competencias matemáticas.

Para este trabajo se ha tenido en cuenta el estado del arte observándose un recorrido por la historia, con el propósito de analizar cómo se da el paso de la aritmética al lenguaje algebraico y cómo dicho concepto desde su evolución histórica ha tenido que atravesar por una serie de problemas y dificultades a medida que se avanzaba en un sistema de representación abstracto y los números pasan a ser simbolizados por letras bien sea como incógnitas, parámetros o números generalizados. Todo esto permite tener una visión más amplia de la problemática de la enseñanza del álgebra, para que con base a ella se pueda elaborar una propuesta de enseñanza que permita superar algunas de las dificultades en relación a este campo.

La propuesta pretende fortalecer las competencias establecidas por el MEN en los respectivos componentes de matemáticas para el grado octavo de acuerdo a los estándares establecidos en Colombia. De igual forma plantea trabajar los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en matemáticas los cuales son un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país. A su vez se contempla la fase práctica del conocimiento matemático, que expresa condiciones sociales de relación de la persona con su entorno, contribuyendo a mejorar su calidad de vida y su desempeño como ciudadano.

Se plantea la elaboración de un trabajo final soportado en las teorías de la enseñanza para la comprensión y la de los aprendizajes significativos, cuyos referentes teóricos son: Ausubel, Kieran, Kaput.

El trabajo queda estructurado en cuatro fases:

Fase I: Aspectos preliminares, en el cual se presenta el planteamiento del problema, la justificación y los objetivos. **Fase II**: contiene el desarrollo del marco referencial de todo el trabajo, en él se exponen los referentes conceptuales, teóricos y legales que soportan la propuesta. Se abordan los siguientes componentes: Enseñanza para la comprensión, conceptos algebraicos, aprendizaje significativo y situación problema. **Fase III**: metodología, en él se presentan los momentos o etapas que se tuvieron en cuenta para el desarrollo del trabajo, la población, la muestra y el tipo de instrumento empleado para la recolección de los datos. **Fase IV**: presenta las conclusiones y recomendaciones obtenidas a partir del trabajo.

En los anexos, aparece el pre-test y las guías de aprendizaje. Finalmente, se presenta la bibliografía empleada.

1. Aspectos preliminares

1.1 Planteamiento del problema

En la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara los alumnos de grado octavo, presentan grandes dificultades para comprender los conceptos algebraicos, lo cual ha incidido en el desarrollo de su pensamiento algebraico y en el proceso de transición hacia conceptos de mayor nivel de abstracción.

Hay que resaltar que existe un gran número de investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje del álgebra. Todas ellas hacen referencia a las dificultades que manifiestan los estudiantes de diferentes grados respecto a la comprensión de conceptos algebraicos, como por ejemplo, el paso del lenguaje natural al algebraico, la comprensión del concepto de variable en la resolución de problemas, las diferentes interpretaciones de expresiones algebraicas, la comprensión y comunicación del lenguaje simbólico, la transición de la aritmética al algebra, los signos de agrupación y las ecuaciones lineales, entre otras.

Estas investigaciones han propuesto diferentes alternativas de enseñanza, recomendado como estrategias el planteamiento y la resolución de problemas, el trabajo con material concreto, el uso de diferentes sistemas de representación semióticos y el uso de las nuevas tecnologías, entre otras.

Cabe mencionar que otros investigadores se han planteado la pregunta, ¿cómo lograr un equilibrio entre la investigación y la práctica?, ya que advierten que las investigaciones hechas en didáctica del algebra han tenido poco impacto en la actividad diaria de las aulas. Esta situación, la explica María Ángeles Ortiz Capilla (Ortiz, 2000), al subrayar que esto se debe a la inexistencia de la difusión de los resultados y a que, en la mayoría de los casos, las investigaciones se basan en planteamientos muy teóricos, realidad que se manifiesta en los pocos cambios que ha tenido la enseñanza del álgebra a pesar de ser objeto de investigación desde antes de los años ochenta.

Si bien, la última postura es cierta, una vez señalada esa distinción es importante volver la mirada sobre cada una de las investigaciones realizadas para rescatar de cada una de ellas la importancia que le asignan al hecho de llevar a las aulas propuestas de enseñanza que estén conectadas con la reflexión crítica sobre los procesos de enseñanza que se producen en un determinado escenario escolar, para alcanzar la comprensión algebraica por parte de los estudiantes.

Es importante también, observar cómo ha avanzado el concepto de variable en el tiempo, concepto que desde su evolución histórica ha tenido que pasar por una serie de dificultades que tuvieron que ser afrontadas por los grandes matemáticos a medida que conquistaban un sistema de representación más abstracto en el cual los números pasaban de ser considerados elementos concretos a ser representados por letras.

En las antiguas civilizaciones, babilónica (200 A.C), egipcia (1700 A.C), griega (600 A.C) y china (300 A.C) se registran intentos aislados de introducir algún símbolo para representar la incógnita, desarrollando un álgebra muy elemental para resolver problemas cotidianos. Más tarde, Diofanto (250 A.C.), quien es conocido como el padre del álgebra, es el primero en introducir un simbolismo muy elemental utilizando las letras griegas para referirse a la incógnita de una ecuación. Posteriormente Al-khwarismi, matemático árabe, investigó sobre procedimientos algebraicos y creó un nuevo lenguaje matemático, llamado álgebra y finalmente algún tiempo después Descartes logró fusionar la geometría y el álgebra, transformando para siempre las matemáticas.

Como se puede observar, han sido necesarios largos periodos de tiempo para la construcción del lenguaje algebraico lo cual indica que no ha sido una tarea fácil desde sus orígenes.

Volviendo ahora al punto de partida, en los últimos treinta años se han hecho muchas investigaciones sobre los procesos a nivel cognitivo implicados en el aprendizaje del algebra.

Diferentes autores han realizado numerosas investigaciones que informan sobre las dificultades que encuentran en los estudiantes cuando se trata de abordar el álgebra. Se ha observado que muchos estudiantes no manejan el significado de los símbolos que han aprendido formalmente porque utilizan el álgebra como algo mecánico y memorístico, más no como una herramienta que permite comprender generalizaciones, captar conexiones estructurales y argumentar en matemáticas (Arzarello, Bazzini, Chiappini.1995); Kucheman afirma que un niño habrá comprendido perfectamente el uso de los símbolos literales en algebra cuando sea capaz de trabajar con la letra como variable.

Con base en los elementos anteriormente descritos, la presente propuesta de grado se centra en responder a la siguiente pregunta problematizadora: ¿cómo fortalecer en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara de Yaguará

Huila el proceso de interpretación, modelación y manejo de las expresiones algebraicas?

1.2 Justificación

Debido a la continua y generalizada dificultad con que los estudiantes y profesores se enfrentan a la enseñanza del álgebra, a pesar de tres décadas de reformas y desarrollos de planes de estudios, es necesario en la actualidad desarrollar propuestas que permitan hacer estudios rigurosos sobre factores que inciden en las dificultades de aprendizaje del algebra. También se ha encontrado la existencia de una literatura muy limitada sobre la creación de patrones a través de los cuales se generalizan expresiones matemáticas, así como la justificación de estas generalizaciones. Por lo tanto se hace necesario proporcionar herramientas que permitan mejorar y facilitar la enseñanza del algebra. Es importante integrar la enseñanza de las matemáticas desde la primaria con el desarrollo de este pensamiento de una manera tal que sirva como puente entre la aritmética y el álgebra y no como un hecho aislado como normalmente es observado por los estudiantes. Es preciso entonces tener identificadas las actividades que forman el pensamiento y establecer una representación de su función en la comprensión de los objetos matemáticos, en especial en el pensamiento algebraico. Así pues, sabiendo que el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas y que a medida que se desarrolla este razonamiento, se va fortaleciendo aún más el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Por tanto es fundamental generar en los estudiantes una idea diferente de las matemáticas enfocada hacia entender que éstas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido real, que son lógicas, que potencian la capacidad de pensar y son divertidas.

Apoyado en los lineamientos curriculares de matemáticas, del Ministerio de Educación Nacional que propone el desarrollo de competencias en la educación básica y media, que implica superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados para asumir el dominio de un campo conceptual que permita acceder a la modelación matemática de situaciones de la vida practica y de otras ciencias en las que está inmersa. Este trabajo es fundamentado mediante el desarrollo de las siguientes competencias propuestas en los estándares básicos de matemáticas relacionadas con pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, para el grado octavo que son:

- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
- Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.
- Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

Desde este punto de vista, la enseñanza y el aprendizaje del algebra es fundamental, la cual tiende a enseñarse como si se pudiera entender sin ningún problema, asumiéndose así una postura simple de sustitución de números por letras, en cuyo caso las letras no cobran significado y aparecen de manera aislada cuando en realidad supone la vinculación de procesos de generalización, simbolización y abstracción que requieren de la planificación de estrategias de enseñanza para ser abordados.

Por tanto, se considera necesario fortalecer la enseñanza y el aprendizaje del algebra en los estudiantes de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, a partir del uso de un lenguaje transicional que permita el paso del lenguaje natural al lenguaje algebraico al mismo tiempo que se le atribuye significado a los símbolos, es decir que no se dé solo la sustitución de números por letras sino que se dé el paso de números a variables, además del uso de herramientas que contribuyan a la comprensión de tablas, gráficas cartesianas y situaciones problemáticas referidas a fenómenos de variación de la vida práctica que permitan la construcción de fórmulas o expresiones algebraicas.

Es por esto que se quiere diseñar una propuesta para fortalecer la enseñanza de los conceptos básicos del álgebra, que tiene en cuenta el desarrollo de las competencias y los procesos generales de la actividad matemática según el MEN:

- La formulación, tratamiento y resolución de problemas.
- La modelación.
- La comunicación.
- El razonamiento.
- La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.

Este trabajo se puede desarrollar con los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara, donde laboro, gracias a la aprobación y respaldo de sus directivos docentes.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Diseñar una estrategia didáctica para que los estudiantes de grado octavo de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara muestren un mejor desempeño en la interpretación, modelación y manejo de las expresiones algebraicas.

1.3.2 Objetivos específicos

- Analizar los resultados de una prueba inicial escrita de matemáticas (pre-test), específica, enfocada a evaluar los conocimientos en la interpretación, modelación y manejo de expresiones algebraica en estudiantes de grado octavo.
- Diseñar y aplicar tres clases didácticas empleando fichas y dados algebraicos, para que, por medio del juego los estudiantes se motiven a manipular y comprender mejor el trabajo con las expresiones algebraicas básicas, buscando que identifiquen los patrones que permiten la generalización de expresiones matemáticas.
- Evaluar el proceso de modelización matemática en los estudiantes durante el trabajo del “paso” entre expresiones aritméticas y su generalización algebraica a través de la aplicación de guías diseñadas.
- Analizar los resultados de una prueba final (pos-test) aplicada a los estudiantes del grado octavo (grupo experimental) para evaluar si las estrategias didácticas utilizadas ayudaron a fortalecer el aprendizaje en la interpretación, modelación y manejo de las expresiones algebraicas.

2. Marco referencial

2.1 Marco teórico

2.1.1 Aprendizaje del álgebra desde el aspecto psicológico

El aprendizaje por proyectos se sustenta sobre la base de tres teóricos importantes y sus propuestas. Ellos son Piaget, Vygotsky y Ausubel. Con relación a la teoría del conocimiento de Piaget, psicólogo suizo, el proceso de conocer las estructuras no está dado en los objetos ni en los sujetos, sino que resulta de la interacción entre ambos: las actividades del sujeto y las reacciones del objeto mediante un complejo proceso de regulaciones sucesivas (Gómez, Alfredo, 2006).

El desarrollo cognitivo es para Piaget, un proceso de organización y reorganización de estructuras, de manera que cada nueva estructura engloba la anterior dentro de un proceso de naturaleza dinámica que tiende a la búsqueda del equilibrio. Este proceso de equilibrio pasará por una serie de etapas o períodos, distinguiendo cuatro (4) períodos en el estudio cognoscitivo del pensamiento humano (Gómez, 2006).

Estos períodos o estadios operacionales explicados por el autor, son de gran importancia para el estudio; sin embargo, en este caso, se dará prioridad al estadio de las operaciones formales, ya que de acuerdo con González (2012) en las edades comprendidas de 11 a 15 años, las personas tienen un pensamiento que va más allá de lo concreto, su nivel lógico se fortalece, piensa teóricamente sobre las consecuencias de los cambios y sucesos. Es capaz de analizar, conjeturar acerca de las combinaciones de las variables en un problema. Se va consolidando el pensamiento variacional.

Lo que se esperaría en cada estadio sobre el aprendizaje en matemáticas sería que cada etapa propicie el desarrollo del pensamiento abstracto, de generalización y simbolización para el inicio de la enseñanza del álgebra que viene dándose entre los 12 y 15 años de edad, cuando el niño o la niña cursan el grado octavo de Educación Básica Secundaria. En el estadio 3 de generalización concreta, esta estructura se hace más compleja, abriendo paso a trabajar en un sistema formal abstracto que indicaría que tiene un desarrollo de pensamiento formal, luego su pensamiento está preparado y dispuesto para apreciar las relaciones, expresiones y abstracciones en el álgebra y en otros campos.

El proceso de aprendizaje comprende otros dos aspectos, expresados por los otros dos teóricos, para que este se concrete y se convierta en efectivo en un individuo. Así, se tiene la teoría de Vygotsky, la cual se basa principalmente en el aprendizaje sociocultural de cada individuo y a través del medio en el cual se desarrolla (Oudrey, 2012). Vygotsky uno de los grandes psicólogos del siglo XX, autor de una de las teorías más prometedoras en esta disciplina, considera el aprendizaje como uno de los mecanismos fundamentales del desarrollo. En este modelo de aprendizaje la interacción social se convierte en el motor del desarrollo.

Vygotsky sostiene que el desarrollo, si bien tiene una base genética, es cultural y va a depender del tipo de experiencias que se tengan. El desarrollo implica dos procesos: 1) El proceso sociocultural a través de las mediaciones: éstas se llevan a cabo por los mediadores culturales que son las personas adultas o cualquier persona que sabe más a partir de la experiencia propia, y por la construcción de representaciones de la realidad que realiza el sujeto. 2) el proceso de interiorización: produce la formación de la conciencia interna. Vygotsky introduce el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) que se instala entre la zona de desarrollo real (capacidad de resolver independientemente un problema) y la zona de desarrollo potencial (lo que el sujeto puede resolver con la ayuda de otro).

En esta concepción, el lenguaje es un aspecto clave en la formación del sujeto que logra operaciones mentales superiores (atención consciente, memoria voluntaria, inteligencia representacional y capacidad de interiorización). Es en la zona de desarrollo próximo donde el docente debe intervenir para generar desarrollo. La evolución del sujeto se da en relación a los procesos de interiorización y endoculturación que generan el aprendizaje. (Herrera, 2012).

De igual modo, Ausubel propone que el aprendizaje escolar puede darse por recepción o por descubrimiento como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo o memorístico y repetitivo. De acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos, pero es necesario que el estudiante se interese por lo que se le está mostrando, y así adquirir las ventajas del Aprendizaje Significativo, tales como:

. producir una retención más duradera de la información.
. facilitar el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriores, de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido.
. la nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo.
. el estudiante es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte de sí mismo.

Para Ausubel, el aprendizaje es personal, ya que la significación de este depende de los recursos cognitivos del estudiante. (Ayma, 1996)

2.1.1.1 Situación problema

Gilberto Obando y Jhon Jairo Múnera definen las situaciones problema como “un instrumento de enseñanza y aprendizaje que propician niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la construcción de conocimientos matemáticos”.

Desde el profesor Orlando Mesa, una situación problema “es un espacio de interrogantes frente a los cuales el sujeto está convocado a responder. En el campo de las matemáticas una situación problema se interpreta como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos para plantear y resolver problemas de tipo matemático” (p.15), definición que tiene como punto de partida la noción de lo que es un problema dada por Fraisse y Piaget (1973), Polya (1954) y Garrett (1988) (citados por Mesa, 1998).

La situación problema debe ser una “situación problema que motive y desencadene razonamientos de orden matemático, que incorpore el planteamiento de preguntas abiertas y cerradas y que finalmente contribuya al desarrollo de las competencias lógico- matemáticas” (Rúa y Bedoya, 2010).

Al plantear la situación problema el profesor Orlando Mesa Betancur (citado por Rúa y Bedoya, 2002), se sugiere tener en cuenta las siguientes actividades para dar cuerpo al proceso:

1. Definición de una red conceptual. Esta red debe tener a disposición un referente de algún saber que se ajuste a las condiciones sociales e individuales de los estudiantes.

2. Escoger un motivo en una situación del contexto que sea capaz de facilitar actividades y el planteamiento de preguntas abiertas y cerradas

3. Fijar varios estados de complejidad. Este estado de complejidad va encaminado a regular las actividades y el grado de dificultad de las preguntas que el estudiante debe enfrentar

4. Proponer una estrategia. Aquí son importantes la didáctica y los momentos de enseñanza y aprendizaje para que afloren las propuestas creativas.

5. Ejercitación. Escoger ejercicios adecuados, es decir, prototipos que deben

comprender los estudiantes.

6. Ampliación, cualificación y desarrollo de los conceptos tratados. Una situación problema que se diga interesante tiene que ofrecer esta opción a los estudiantes.

7. Implementar una estrategia de evaluación de las competencias. Esta es tal vez la actividad más difícil de implementar; la evaluación de competencias requiere la implementación de una forma de evaluar muy seria y cuidadosa.

Todos estos elementos permiten una participación activa de parte del estudiante y el docente, siendo el docente un mediador de la situación y no el portador del conocimiento permitiendo que el aprendizaje ocurra dentro de un marco constructivista.

Además de esto, una situación problema debe permitir: la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación y la hetero-evaluación

Dicho esto, es importante anotar que las situaciones problema se convertirán en la herramienta para alcanzar la propuesta trazada en este trabajo final.

2.1.2 Aprendizaje significativo

El aprendizaje significativo se conoce como teoría educativa y ésta fue planteada por David Paul Ausubel. Esta teoría pretende darle significado al conocimiento de manera que el ser humano pueda asociarlo con un significado que le permita retenerlo en la memoria a largo plazo (Bruner, 1969). Se plantea que la estructura cognitiva comprende el conjunto de conceptos, ideas y la forma en que estos están organizados. Para Ausubel el aprendizaje se puede dar en dos formas: el Aprendizaje Mecánico o Significativo. Esto dependerá de la interacción con la estructura previa que tiene el estudiante.

El aprendizaje mecánico consiste en el almacenamiento de información de forma arbitraria y no se interactúa con el conocimiento preexistente (memorización de fórmulas), por otro lado el aprendizaje puede darse por descubrimiento y por recepción, sin embargo este puede ser aprendizaje mecánico o significativo. Esto depende de la estructura cognitiva previa existente.
Ausubel pretende que el estudiante no haga parte del público, si no que por el contrario sea protagonista en su propio proceso y esto se evidencia cuando dice “en el aprendizaje significativo se hace énfasis en la participación activa del estudiante y en la creación de ambientes de aprendizaje que estimulen a que los estudiantes hagan conexiones con el material aprendido” (Ausubel, 2007), es por esto que él afirma que para lograr un aprendizaje

significativo se deben cumplir tres condiciones:

1. Significatividad lógica del material: es decir, que el material presentado tenga una estructura interna organizada, que sea susceptible de dar lugar a la construcción de significados. Los conceptos que el profesor presenta, siguen una secuencia lógica y ordenada. Es decir, importa no sólo el contenido, sino la forma en que éste es presentado.

2. Significatividad psicológica del material: se refiere a la posibilidad de que el alumno conecte el conocimiento presentado con los conocimientos previos, ya incluidos en su estructura cognitiva. Los contenidos entonces son comprensibles para el alumno. El alumno debe contener ideas inclusoras en su estructura cognitiva, si esto no es así, el alumno guardará en memoria a corto plazo la información para contestar un examen memorista, olvidando después y para siempre ese contenido.

3. Actitud favorable del alumno: se señaló anteriormente que el hecho de que el alumno quiera aprender no basta para que se dé el aprendizaje significativo, pues también es necesario que pueda aprender (significación lógica y psicológica del material). Sin embargo, el aprendizaje no puede darse si el alumno no quiere aprender. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en el que el maestro sólo puede influir a través de la motivación.

También señala que este aprendizaje significativo se puede dar de varias formas:

1. Aprendizaje de Representaciones: es cuando el niño adquiere el vocabulario. Primero aprende palabras que representan objetos reales que tienen significado para él. Sin embargo aún no los identifica como categorías. Por ejemplo, el niño aprende la palabra "mamá" pero ésta sólo tiene significado para aplicarse a su propia madre.

2. Aprendizaje de Conceptos: el niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra "mamá" puede usarse también por otras personas refiriéndose a sus propias madres. Lo mismo sucede con "papá", "hermana", "perro", etc. También puede darse cuando, en la edad escolar, los alumnos se someten a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento y comprenden conceptos abstractos tales como "gobierno", "país", "democracia", "mamífero", etc.

3. Aprendizaje de Proposiciones: cuando el alumno conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en las que se afirme o niegue algo.

Así un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos. Dicha asimilación puede interiorizarse mediante uno de los siguientes procesos:

- ✓ Por diferenciación progresiva: cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusores que el alumno ya conocía. Por ejemplo, el alumno conoce el concepto de triángulo y al conocer su clasificación puede afirmar: "Los triángulos tienen tres lados".
- ✓ Por reconciliación integradora: cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el alumno ya conocía. Por ejemplo, el alumno conoce los perros, los gatos, las ballenas, los conejos y al conocer el concepto de "mamífero" puede afirmar: "Los perros, los gatos, las ballenas y los conejos son mamíferos".
- ✓ Por combinación: cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos. Por ejemplo, el alumno conoce los conceptos de rombo y cuadrado y es capaz de identificar que: "El rombo tiene cuatro lados, como el cuadrado".

Según Ausubel (citado por Moreira, 2006) las condiciones para que el aprendizaje pueda ser significativo, son las siguientes: el material debe ser potencialmente significativo y el aprendiz tiene que manifestar una disposición para aprender.

Para que dichas condiciones se cumplan es necesario que el material tenga significado lógico; es decir, que sea incorporable a la estructura cognitiva de quien aprende y tenga relación con lo que se enseña y que el aprendiz tenga disponibles, en su estructura cognitiva, sub-sumidores específicos con los cuales el material sea relacionable.

Esta teoría de aprendizaje es importante para la propuesta de enseñanza en el aula de conceptos algebraicos a través de situaciones problema en tanto el objetivo principal de este trabajo final es lograr un aprendizaje significativo al diseñar estrategias didácticas para que los estudiantes de grado octavo de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara correspondientes al grupo experimental muestren un mejor desempeño en la interpretación, modelación y manejo de las expresiones algebraicas, con respecto al grupo de control.

2.1.2.1. Requisitos para lograr el aprendizaje significativo

- Significatividad lógica del material: el material que presenta el docente al estudiante debe estar organizado, para que se dé una construcción de conocimientos.

- Significatividad psicológica del material: que conecte el nuevo conocimiento con los previos y los comprenda. Esto último se facilitaría al ejercitar la memoria de largo plazo, en nuestro caso, con la práctica en la resolución de problemas y ejercicios matemáticos que involucre acciones de la vida cotidiana, creando conexiones entre los conocimientos matemáticos y el lenguaje común del diario vivir, porque de lo contrario se olvidará todo en poco tiempo.

- Actitud favorable del estudiante: el aprendizaje no puede darse si el estudiante no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde sólo puede influir la motivación.

2.1.2.2. Tipos de Aprendizaje Significativo

- Aprendizaje de representaciones: es cuando el niño adquiere el vocabulario. Primero aprende palabras que representan objetos que tienen significado para él.

- Aprendizaje de conceptos: el niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra “mamá” puede usarse también por otras personas refiriéndose a sus madres. También se presenta cuando en edad preescolar se someten a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento. (Ayma, 1996).

- Aprendizaje de proposiciones: Conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en donde afirme o niegue algo. Un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos.

Esta asimilación se da en los siguientes pasos:

- Por diferenciación progresiva: el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusores que el estudiante ya conocía.
- Por reconciliación integradora: el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los que el estudiante ya conocía.

- Por combinación: cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos.

Ausubel concibe los conocimientos previos del estudiante como esquemas de conocimiento, que consisten en la representación que posee una persona en un momento determinado de su historia sobre una parcela de la realidad. Estos esquemas incluyen varios tipos de conocimiento de la realidad, como son: los hechos, sucesos, experiencias, anécdotas personales, actitudes, normas, etc.

2.1.3. Aplicaciones pedagógicas

El docente debe conocer los conocimientos previos del estudiante, o sea, debe asegurarse que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas previas, ya que conocer lo que sabe el estudiante ayuda en la planificación. Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, ya que no sólo importa el contenido, sino la forma en que se presenta a los estudiantes.

La motivación es un factor fundamental para que el estudiante se interese por aprender; el hecho de que el estudiante se sienta contento en su clase, con actitud favorable y buena relación con el docente, hará que se motive para aprender, para ello sería positivo ambientar el aula de clases con carteleras informativas en relación a contenidos y anécdotas de la matemática, además ayudaría la implementación de juegos didácticos que involucren temas matemáticos que relacionen situaciones de la vida cotidiana creando así interés en los estudiantes por aprender matemática. El docente debe utilizar ejemplos, por medio de dibujos, diagramas, fotografías o la misma realidad, para enseñar los conceptos.

2.1.4. Aportes de la teoría de Ausubel en el constructivismo

El principal aporte es su modelo de enseñanza por exposición, para promover el aprendizaje significativo en lugar del aprendizaje de memoria. Este modelo consiste en explicar o exponer hechos o ideas. Esto es lo más apropiado para enseñar relaciones entre varios conceptos, pero antes los estudiantes deben tener algún conocimiento de esos conceptos. Se debe considerar la edad de los estudiantes, ya que ellos deben manipular ideas mentalmente, aunque sean simples. Por esto, este modelo es adecuado para los niveles altos, de primaria en adelante.

Otro aporte son los organizadores anticipados, los cuales sirven de apoyo al estudiante frente a la nueva información, funciona como un puente entre el nuevo material y el conocimiento actual del estudiante. Estos organizadores tienen tres propósitos: dirigir su atención a lo que es importante; resaltar las relaciones entre las ideas presentadas y recordarle la información relevante que ya posee.

Los organizadores anticipados se dividen en dos categorías:

a. Comparativos: activan los esquemas ya existentes, le recuerdan lo que ya sabe pero no se da cuenta de su importancia. También señala diferencias y semejanzas de los conceptos.

b. Explicativos: proporcionan conocimiento nuevo que los estudiantes necesitarán para entender la información subsiguiente. Ayudan al estudiante a aprender, especialmente

cuando el tema es muy complejo, desconocido o difícil; pero deben ser entendidos por los estudiantes para que sea efectivo.
Todo lo anterior en relación a la ejecución de los contenidos matemáticos, previos a la etapa del pensamiento abstracto, son influyentes en los cocimientos matemáticos que se les puedan impartir a los estudiantes en la etapa del pensamiento concreto, ya que incidirá el buen desempeño que puedan tener los estudiante en las etapas posteriores de su conocimiento y análisis matemático, como es en la abstracción y la relación de variables, formando en los estudiantes un pensamiento variacional, pero también es importante tener en cuenta el ámbito donde el estudiante se desarrolla, las condiciones sociales y culturales.

Para la mayoría de los expertos, el aprendizaje del algebra representa un escollo importante para un buen número de estudiantes. Algunas características del lenguaje algebraico, como mayor grado de abstracción que requiere de la utilización de símbolos, a menudo sin significado inmediato, lleva dificultades insalvables para algunos estudiantes, esto obliga a introducir el álgebra con cautela y en este nivel desear más que una iniciación al lenguaje simbólico (Palarea, 1994). Hay que llevarlos a que el lenguaje algebraico tenga para ellos un significado en el ámbito donde se consigan y les toque desenvolverse, que lo lleven a la realidad, para que luego sean capaces de hacer el enroque contrario.

Los adolescentes, al comenzar el estudio del álgebra, traen las nociones y los enfoques que usan en aritmética. Sin embargo, el álgebra no es simplemente una generalización de la aritmética; aprender álgebra no es solo hacer explícito lo que estaba implícito en la aritmética. El álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante, que va de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones (Kieran & Filloy Yagüe, 1989).

2.1.5. Aprendizaje del álgebra según el contexto escolar

La intención de este estudio es que el significado del “álgebra” se interprete de manera que abarque la diversidad de definiciones que circulan en sistemas escolares de varios países, extendiéndose más allá del plan de estudios o currículo estándar de algunos de estos sistemas. Esta interpretación describe al álgebra como un idioma para la generalización, abstracción y demostración; igualmente, asume al álgebra como una herramienta para resolver problemas por medio de ecuaciones o gráficas, para modelar con funciones, y para comprender la manera como se usan símbolos e ideas con otros objetos matemáticos y otras áreas académicas (Giraldo, 2006).

Si se toma como referencia la psicología del aprendizaje dentro del contexto escolar, los adolescentes que cursan el grado octavo, oscilan entre las edades de 12 y 14 años de edad, su pensamiento va más allá de lo concreto, su nivel lógico se fortalece cada día, entonces, en este momento el estudiante está apto para iniciar un curso de álgebra, sin embargo, no se puede desconocer que en esta etapa el estudiante ha trabajo en aritmética y en geometría, elementos que le han propiciado un acercamiento al concepto de variable y al manejo de símbolos (González, 2012). Pero los docentes deben incentivar la colaboración y el aprendizaje por descubrimiento para que tenga sentido para los estudiantes.

Los errores aparecen en el trabajo de los estudiantes cuando se enfrentan a conocimientos novedosos que los obligan a hacer una revisión o reestructuración de lo que ya saben. Los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación. Se entiende que el error tendrá distintas procedencias, pero siempre se considera como un esquema cognitivo inadecuado y no sólo como consecuencia de falta de conocimiento o de un despiste (Ruano & Socas & Palarea, 2008). Pero además, también es falta de estrategias basadas en el aprendizaje significativo por parte de los docentes de matemática.

Las experiencias en el estudio del álgebra hacen notar que existen dificultades en cuanto a su comprensión. Palarea (1999) en su investigación refleja que durante los últimos años ha aumentado el interés por el estudio de las dificultades de la enseñanza/aprendizaje que el álgebra escolar ha generado; ha sido enorme, tanto desde la perspectiva del investigador como la del profesor. Pero, a pesar de las investigaciones, los problemas que plantean no han sido resueltos y lo que debe ser enseñado y aprendido en álgebra, está aún por determinarse. Continúan generándose preguntas en torno a la naturaleza del álgebra y a los procesos de pensamiento implicados, que aún no tienen repuestas, entre otras ¿qué hace que la compresión del álgebra escolar sea una tarea difícil para la mayoría de los estudiantes?, ¿qué induce a muchos estudiantes recurrir a memorizar reglas del álgebra?, ¿son los contenidos matemáticos relacionados con el álgebra visto en Educación Básica Secundaria la fuente del problema?, ¿es la forma en que es enseñada el álgebra lo que causa carencia de dar sentido a la materia?, ¿es inapropiado el acercamiento de los estudiantes a las tareas algebraicas para aprender de la materia en cuestión?, ¿dónde están las dificultades en el traslado del lenguaje natural o común al lenguaje algebraico?.

Es una realidad innegable, que existen dificultades en el entendimiento del álgebra en el ámbito escolar. Es necesario mostrar desde varias perspectivas e investigaciones realizadas por otros investigadores que corroboran la existencia de problemas para la compresión del álgebra desde cualquier tema que se esté trabajando, y sobre todo para los estudiantes de Educación Básica Secundaria, sin importar el año que estén cursando.

En el contexto escolar se puede observar que existen dificultades para la compresión del lenguaje algebraico. Al respecto, Socas (2011) explica que las dificultades son organizadas en cinco grandes categorías que describen la procedencia de estas dificultades; dos asociadas a la propia disciplina, complejidad de los objetos de las matemáticas y procesos de pensamiento matemático, una tercera relacionada con los procesos de enseñanza, desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas; la cuarta está asociada a los procesos de desarrollo cognitivo de los estudiantes, y la quinta y última, está asociada a actitudes afectivas y emocionales desarrolladas hacia las Matemáticas.

2.1.6. Aspectos que influyen en el propósito de enseñar álgebra

A partir del siglo XVIII comenzó una tendencia importante en el pensamiento matemático, que algunos autores llamaron "la algebratización de las matemáticas". A lo largo de la historia, el álgebra ha ido de la mano con la aritmética. Pero existen matices, ya que la aritmética es la ciencia de los objetos concretos, esto es, de los números. En cambio el álgebra es, en esencia, la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico, independientemente de los números u objetos concretos (Sierra, 2010).

Si se toma en cuenta la enseñanza del álgebra desde una perspectivas de la realidad, son muchos los estudiantes que muestran apatía por las matemáticas y algunos hasta cierta aversión; al respecto, Sierra (2010) menciona que los docentes de matemática tienen siempre un gran reto, mostrar la utilidad de las matemáticas a sus estudiantes y el provecho de la misma en sus vidas. Cuando se explica álgebra, esta relación parece menos visible, pero no por ello es menos tangible. Por consiguiente, se debe mostrar a los estudiantes el álgebra como una herramienta útil para resolver problemas de la vida cotidiana.

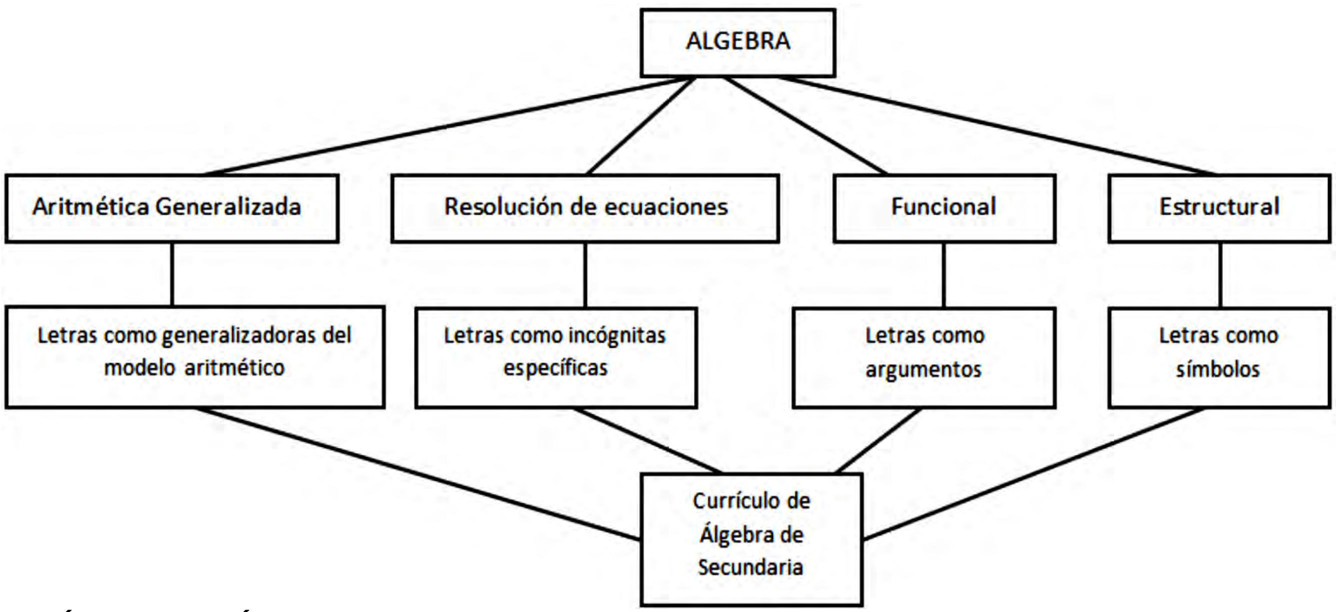
En efecto, al momento de enseñar álgebra en Educación Básica Secundaria, el docente se basa en dar propiedades que ya están, y en problemas sintácticos con los que los estudiantes no se volverán a trabajar en sus vidas. Y es que en la enseñanza tradicional no se tienen muy en cuenta las dificultades en la comprensión por parte del estudiante, del tratamiento algebraico para la solución de situaciones problemáticas, consiguiendo, en el mejor de los casos, que el estudiante se convierta en un repetidor de procedimientos absolutamente rígidos, sin profundizar en el origen y significado de las distintas representaciones algebraicas y sus métodos de solución (Rabino & Cuello & de Munno).

En el desarrollo de estrategias algebraicas, los estudiantes deberían comenzar utilizando el lenguaje coloquial (natural o común) para explicar sus razonamientos; progresivamente, incorporan el uso de la letra como objeto, ante la necesidad de una representación más práctica. Más adelante, la utilizará como incógnita en la resolución de ecuaciones (Rabino &

Cuello & de Munno). Unas de las claves para que nuestros estudiantes adquieran la competencia matemática, es que tengan un buen dominio del álgebra, haciéndoles saber que el álgebra es el idioma de las matemáticas y por lo tanto de las ciencias (Sierra, 2010).

2.1.6. Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra

El Álgebra es objeto cada vez más de consideraciones por los investigadores en Didáctica de la Matemática. Según Socas, Camacho, Palarea y Hernández en 1989 (citados por Ortiz, 2002) existen cuatro concepciones del Álgebra, a saber, a) como aritmética generalizada, b) como estudio de ecuaciones, c) desde un punto de vista funcional y d) como aspecto estructural, señalando que no se deben considerar en forma aislada, sino de una manera integral; las mismas se presentan en el Gráfico 1:



GRÁFICA 1: EL ÁLGEBRA. Tomado de Ortiz, 2002.

Según Mateus (2008), el álgebra constituye una de las ramas que ha surgido en el desarrollo histórico de la Matemática. Está caracterizada por su alto grado de abstracción debido a que muchas veces, hay que pensar sobre lo general a partir de lo particular, pensar en patrones como reglas, pensar relacionalmente sobre cantidades, números y operaciones, y pensar conceptualmente sobre lo procedimental; sin embargo, según Kieran y Filloy (1989), los estudiantes “traen consigo las nociones y los enfoques que usaban en la aritmética” (p. 229), lo cual coincide con la primera concepción del álgebra como una aritmética generalizada. Al respecto, estos autores señalan que el álgebra no es simplemente una generalización de la aritmética.

De modo que una de las principales dificultades para la enseñanza y el aprendizaje del álgebra es la formalización del conocimiento matemático. Al respecto, Miranda (2000) señala que “dos de las dificultades más importantes y frecuentes (más no las únicas) que encontramos en el aprendizaje del álgebra, son la conceptualización y la formalización” (p. 1), ya que esto trae consigo ciertas exigencias intelectuales, hasta ese momento posiblemente no enfrentadas por los estudiantes universitarios, entre las cuales se encuentran: (a) entender la organización del conocimiento algebraico en el seno de una teoría axiomática, (b) familiarizarse con el uso de los métodos de demostración matemática, (c) manejar diversos sistemas de representación y la traducción entre ellos, (d) usar adecuadamente el lenguaje simbólico y las notaciones algebraicas.

Posiblemente, según Butto y Rojano (2004), esto se deba a que el contenido algebraico “se enseña por lo general a partir de fuentes limitadas de significados; usualmente se toma como base el dominio numérico (simbolización numérica), dejando de lado ideas importantes que se interconectan con otros dominios matemáticos, como el geométrico” (p. 114). Para superar esta dificultad y propiciar el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes desde los cursos preuniversitarios, Butto y Rojano (2004, pp. 120 y 121) expresan que la vía de acceso de los procesos de generalización implica involucrar a los estudiantes en la detección de patrones y ayudarlos a que sean capaces de expresar tales patrones; esto nos lleva al pensamiento algebraico a través de actividades que involucren el razonamiento acerca de patrones en gráficas, patrones numéricos y figuras, detectando similitud, diferencias, repetición, recurrencia.

La generalización o pensamiento en términos de número general puede ser vista yendo de lo general a lo particular y viceversa. No obstante, en la práctica, la enseñanza y aprendizaje del álgebra ha estado asociada con procesos de aprendizaje memorístico que ofrecen una pobre visión de los contenidos algebraicos; por lo cual, los estudiantes no logran alcanzar las competencias matemáticas necesarias, es decir, la naturaleza del álgebra, los estilos de aprendizaje y hábitos de estudio de los estudiantes y el tratamiento didáctico de los temas algebraicos por parte de los profesores podrían estar originando un alto nivel de dificultad en el aprendizaje del álgebra.

2.2 Concepto disciplinario

En la Educación básica secundaria se da una transición del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico. Pensamiento que en términos del MEN se “constituye en una potente herramienta para la modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio” Motivo por el cual es fundamental el uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados.

2.2.1 Variable algebraica

Conocer la historia de una invención como el concepto de variable permite identificar su sentido dinámico, es decir, visualizar las necesidades que llevaron a su origen y todas las transformaciones que ha sufrido hasta nuestros días.

Sus inicios data de las antiguas civilizaciones y su construcción no fue inmediata, siendo necesarios largos periodos de tiempo para ser perfeccionado. Muestra de ello, es su proceso de desarrollo en el cual se pueden identificar diferentes crisis y transformaciones que generaron grandes retrocesos y nuevos descubrimientos que de alguna manera han conducido a su fundamentación rigurosa.

De acuerdo a los registros escritos que hay de la historia de la matemática, se puede observar que, en Mesopotamia y Babilonia (del 2000 al 500 A.C) inician con las soluciones de ecuaciones de primer y segundo grado. Del (2000 al 500 A.C) los egipcios desarrollaron un algebra elemental para dar solución a problemas de la vida cotidiana que tenían que ver con repartos de víveres y de cosechas. Más adelante Diofanto (325 al 409 D.C.) introduce un simbolismo algebraico muy elemental para indicar por primera vez la incógnita de una ecuación. En el siglo VII D.C, los indios desarrollaron reglas algebraicas fundamentales para el manejo de números positivos y negativos. Luego en el siglo IX D.C., el matemático Al-khwarismi creó obras fundamentales para el desarrollo del álgebra. En el año 1591 Francios Viéte, desarrollo la notación simbólica del álgebra, representando las incógnitas y las constantes con letras y en el año 1637 Descartes fusionó la geometría y el álgebra al inventar la geometría analítica, transformando así las matemáticas.

Este breve resumen muestra como en el desarrollo histórico del álgebra, la construcción del lenguaje algebraico no ha sido fácil, de ahí que los obstáculos que han sido reconocidos en la historia del álgebra permitan comprender ciertas dificultades que se evidencian en el aprendizaje del concepto de variable, concepto que es fundamental en la enseñanza del álgebra, siendo de gran importancia desde su origen hasta nuestros días y cuyo dominio del lenguaje algebraico permite extender lo que sucede en la aritmética y en la geometría a situaciones más generales, pudiendo plantearse así, expresiones algebraicas que dan solución a diferentes problemas además de ser importante para tener éxito en el estudio de otras ramas de la matemática y también en otras ciencias como, la química y la física.

2.2.2 Procesos de generalización

De acuerdo con Mason (1985), el álgebra no se debe enseñar como parte separada de la aritmética y geometría, ya que el conocimiento algebraico se relaciona con todo el conocimiento matemático. Con base en estas ideas, se propone la incorporación de un modelo de enseñanza que tenga en cuenta los aspectos cognitivos, el uso de distintos lenguajes (numérico, geométrico y algebraico) y la organización de situaciones que incorporen aspectos significativos para el alumno. En este sentido, las situaciones significativas tienen un carácter diferente al comúnmente usado; aquí importa crear situaciones que hayan sido debidamente organizadas a partir del conocimiento que los alumnos ya adquirieron y también sobre el conocimiento de las dificultades que enfrentan en el aprendizaje escolar.

La comunidad internacional sobre la enseñanza del álgebra reconoce cuatro enfoques (Bednard, Lee y Kieran, 1996) de enseñanza: la generalización de patrones numéricos y geométricos y de las leyes que gobiernan las relaciones numéricas; la modelización de situaciones matemáticas y de situaciones concretas, y el estudio de situaciones funcionales y la resolución de problemas.

Según Mason (1985), la generalidad es fundamental para el pensamiento matemático y algebraico. La generalización en álgebra es algo primario hacia la abstracción matemática y puede ser desarrollada a partir del trabajo con patrones o regularidades que favorecen la articulación de la generalización en situaciones cotidianas. Por consiguiente, para aprender el lenguaje algebraico, es importante que el alumno tenga algo que comunicar, para ello necesita percibir un patrón o una regularidad y después intentar expresarlo y comunicarlo a alguien. Con este fin, se establecen cuatro etapas para trabajar la generalidad en el salón de clases:

a. Percibir un patrón
b. Expresar un patrón
c. Registrar un patrón
d. Probar la validez de las fórmulas

a. Percibir un patrón

Se puede percibir un patrón a través de la sucesión de figuras y, entonces, pueden surgir preguntas matemáticas, como por ejemplo: ¿cuál sería una regla para reconocer el patrón? Se hace necesario el uso de técnicas matemáticas para generar los números o patrones. Una de las ideas centrales es que un primer encuentro con el álgebra pueda realizarse partiendo de la identificación y comunicación de patrones o de relaciones, las cuales se pueden establecer con ejemplos particulares para que los jóvenes perciban lo que es común en esas situaciones, y decir y registrar lo que ellos percibieron.

b. Expresar un patrón

Es necesario decir y registrar un patrón para que posteriormente pueda hacerse una reflexión sobre él. Este tipo de actividad puede facilitarse mediante un trabajo colaborativo en el salón de clases, en el que los alumnos puedan trabajar en equipo y puedan comunicar sus resultados a los otros, preguntando y cambiando sus percepciones, hasta llegar a un acuerdo. Aquí, el profesor actúa como un mediador de la actividad, haciendo preguntas orientadoras que lleven a los estudiantes a reflexionar sobre sus propias ideas.

c. Registrar un patrón

Esto hace posible la verificación de la regla. Esta actividad puede ser apoyada por dibujos o palabras, para posteriormente describir las variables claves de un problema.

d. Probar la validez de las fórmulas

Para que una fórmula tenga validez, debe probarse de diferentes formas, como por ejemplo, a través de su aplicación en otros casos donde se pueda dar una respuesta por otros medios o haciendo cálculos, dibujando, contando o verificando su consistencia. Pero también es importante que la regla sea correcta y, para eso se necesita tener una noción de lo general, lo cual involucra la idea de cómo un ejemplo particular puede mostrar lo universal. Para mostrar lo general es necesario reestructurar el ejemplo particular y señalar características generales, lo cual se logra observando características específicas en cada caso y haciendo notar que, a pesar de que cambien, lo hacen de manera regular.

A diferencia de lo que propone Mason con respecto a la última etapa para trabajar los procesos de generalización y la prueba de la validez de las fórmulas, Ursini (1993) observó en un estudio realizado con niños de secundaria (12-13 años de edad), que los alumnos tenían dificultades para reconocer patrones si no aplica las cuatro etapas mencionadas por Mason. De esa manera, se destaca la importancia de que la enseñanza aplique dichas etapas, a fin de que los alumnos puedan comprender y utilizar adecuadamente el lenguaje algebraico.

De acuerdo con Pegg (1990, citado en Durán Ponce, 1999), el descubrimiento de patrones requiere el trabajo en tres procesos a seguir:

- Experiencias de actividades con patrones numéricos.
- Expresar las reglas que caracterizan patrones numéricos particulares mediante oraciones, involucrando a los estudiantes para que hagan aclaraciones y precisiones.
- Propiciar que los estudiantes expresen en forma abreviada dichas reglas.

Para Pegg, la parte más compleja de la introducción al álgebra requiere el trabajo con patrones numéricos hasta llegar a la descripción de esos patrones utilizando la notación algebraica, y recomienda las siguientes actividades:

- Desarrollar por escrito las reglas que caracterizan un patrón numérico.

- Comparar diferentes alternativas correctas y que son originarias de un mismo patrón.
- Generar patrones numéricos a partir de una regla dada.
- Encontrar varias reglas para un mismo patrón.
- Socializar con los estudiantes el surgimiento de patrones numéricos.
- Explicar la creación de reglas que caracterizan patrones numéricos.

Los estudios desarrollados por MacGregor y Stacey (1993) con estudiantes australianos revelan que, cuando se trabaja con patrones numéricos, los niños presentan dificultades para describir y expresar algebraicamente dicho patrón.

En el estudio desarrollado por Durán Ponce (1999), cuando los niños usan inicialmente un procedimiento de tipo recurrente para el uso de la relación horizontal, consiguen avanzar conceptualmente respecto al reconocimiento de patrones en secuencias numéricas y de figuras. Manifiesta también que algunos alumnos tienen un desempeño menor cuando trabajaban solos que cuando lo hacen con ayuda de un experto.

Reggiani (1994) afirma que la generalización es un término utilizado en las matemáticas para indicar el paso de lo particular a lo general y ver lo general en casos particulares. Para la autora, el trabajo con la generalización constituye un aspecto indispensable para el desarrollo del pensamiento algebraico.

Varios estudios con alumnos de edades entre los 11 y 14 años sobre el aprendizaje del lenguaje de programación han resaltado la coexistencia de dificultades específicas conectadas al ambiente de la programación con la dificultad relacionada al requisito de la formalización. Esta conexión aparece en el uso de cualquier idioma formal y con dificultades más profundas conectadas a la conceptualización de las estructuras involucradas. Estas últimas podrían atribuirse a dificultades de generalización.

Las investigaciones describen algunas limitaciones en habilidades espontáneas para pasar de lo particular a lo general y recomiendan que los niños sean estimulados con procedimientos dirigidos. En estos estudios se afirma que el trabajo en edades tempranas requiere ser estimulado por una intervención externa, a fin de que el niño pueda pensar en términos pre-algebraicos, ya que la generalización es un proceso gradual y, como adquisición continua, está conectada al conocimiento algebraico. Los resultados revelan que la generalización no es una adquisición estable y el papel de la verbalización escrita desempeña un papel importante en la discusión en el salón de clases.

Por otro lado, los estudios realizados por Hoyles y Sutherland (1989) en el proyecto Logo

Math revelaron que el trabajo con la generalización era un camino importante y que su investigación con el ambiente Logo mostraba evidencias importantes acerca de la contribución del trabajo en parejas cuando los niños programaban en este ambiente.

A partir de los estudios sobre generalización descritos brevemente y con anterioridad, se advierte que el trabajo necesita ser dirigido por alguien más experto y que es necesario ofrecer a los estudiantes situaciones problema donde no sólo puedan reconocer patrones, sino que también puedan expresarlos adecuadamente.

2.3 Marco legal

2.3.1 Constitución política de Colombia

Considerando como marco principal las disposiciones contenidas en la constitución política de Colombia, se toma como fundamento el contenido del artículo 67 en el que se resalta, el carácter de derecho que tiene la educación así como la función social que cumple en cuanto a la búsqueda de valores científicos y culturales, los agentes responsables de la educación y los que regulan e inspeccionan la misma.

2.3.1.1 Ley general de Educación 115

Como segundo referente se toma la ley 115 de 1994, en sus artículos: 4, 5, 20, 21, 22, 23, 76 y 77, los cuales establecen: los agentes responsables de promover la calidad y cubrimiento del servicio educativo; los fines de la educación que se articulan con principios constitucionales de conformidad con el artículo 67 de la constitución política de Colombia; el acceso al conocimiento, el desarrollo de habilidades comunicativas, la interpretación y solución de problemas de la vida en diferentes contextos, el conocimiento de la realidad colombiana y la realización de valores propios de nuestra nacionalidad, fomento de la investigación y de los valores éticos y morales del desarrollo humano; los objetivos específicos de la educación, dentro de los que se resalta la ciencia, la investigación, el idioma y los valores; la inclusión de las matemáticas como área obligatoria de la educación; la definición de Currículo como un conjunto de criterios, planes de estudio, metodologías, programas y procesos que contribuyen a la formación integral y por tanto tienen aplicación desde el área de las matemáticas.

Finalmente el artículo 78 de la ley 115 hace referencia a la regulación del currículo y al Ministerio de Educación Nacional como el ente encargado de regular y diseñar los lineamientos curriculares a nivel nacional. Además en el artículo 77 de la misma ley se confiere a las Instituciones Educativas y a los Establecimientos Educativos, la "Autonomía escolar" bajo la cual existe un margen de discrecionalidad para organizar aspectos curriculares como: la adopción de métodos de enseñanza y la planeación de actividades, dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional.

2.3.1.2 Lineamientos curriculares

Los lineamientos curriculares fueron formulados en cumplimiento del artículo 78 de la ley general de Educación 115 de 1994. Estos además de contener avanzadas conceptualizaciones en las áreas fundamentales y obligatorias del currículo constituyen un soporte para comprender y manejar los componentes, las competencias y los proyectos pedagógicos. Representan también un intento por elevar la calidad de la educación democratizando el conocimiento, con la esperanza de servir de ayuda para mejorar los procesos pedagógicos tanto de los profesores como de los estudiantes.

Los lineamientos curriculares pretenden generar procesos de reflexión, análisis crítico y ajustes progresivos por parte de maestros, comunidades educativas e investigadores educativos con miras a estimular un cambio profundo hacia nuevas realidades haciendo posible el progreso humano. Con los lineamientos curriculares se busca atender la necesidad de tener unas orientaciones y criterios nacionales claros sobre los currículos y la función de las áreas al igual que los nuevos enfoques para comprenderlas y enseñarlas.

En el caso del área de matemáticas los lineamientos curriculares se proyectan como una propuesta en permanente proceso de cualificación y revisión que gira en torno al mejoramiento de la calidad de la educación matemática. Estos lineamientos proponen una educación matemática que "relacione los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes y que a su vez los presente y enseñe en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista".

Los lineamientos de matemáticas organizan el currículo a partir de la consideración de los siguientes tres aspectos:

1. Los procesos generales: Están relacionados con el aprendizaje, tales como el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

2. Los conocimientos básicos: Son los procesos básicos que desarrollan el pensamiento matemático y los sistemas propios de las matemáticas. Estos procesos específicos se refieren al desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos, el pensamiento espacial y sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas

de medida, el pensamiento aleatorio y sistema de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

3. El contexto: son los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende.

2.3.1.2.1 Procesos generales

De acuerdo con los lineamientos curriculares, los procesos generales de la actividad matemática son:

- La formulación, tratamiento y resolución de problemas
- La modelación
- La comunicación
- El razonamiento
- La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.

La formulación, tratamiento y resolución de problemas: Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (E.B.C.)
La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas es importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático. De acuerdo con lo expuesto en los lineamientos curriculares la resolución de problemas se considera bajo dos perspectivas: una es la solución de problemas como interacción con situaciones problemáticas con fines pedagógicos, es decir, como estrategia didáctica y la otra es la capacidad de resolución de problemas como objetivo general del área, es decir, como logro fundamental de toda la educación básica y media.

Polya considera que “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”. Y describe cuatro fases para resolver problemas: la comprensión del problema, la concepción de un plan, la ejecución del plan y la visión retrospectiva.

La modelación: Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también "una estructura"– que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. Un modelo se produce para poder operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre un conjunto de situaciones o un cierto número de objetos reales o imaginados, sin necesidad de manipularlos o dañarlos, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar hacia las demostraciones. En ese sentido, todo modelo es una representación, pero no toda representación es necesariamente un modelo, como sucede con las representaciones verbales y algebraicas que no son propiamente modelos, aunque pueden estarse interpretando en un modelo. Análogamente, todo modelo es un sistema, pero no todo sistema es un modelo, aunque cualquier sistema podría utilizarse como modelo, pues esa es la manera de producir nuevas metáforas, analogías, símiles o alegorías.

La modelación puede hacerse de formas diferentes, que simplifican la situación y seleccionan una manera de representarla mentalmente, gestualmente, gráficamente o por medio de símbolos aritméticos o algebraicos, para poder formular y resolver los problemas relacionados con ella. Un buen modelo mental o gráfico permite al estudiante buscar distintos caminos de solución, estimar una solución aproximada o darse cuenta de si una aparente solución encontrada a través de cálculos numéricos o algebraicos sí es plausible y significativa, o si es imposible o no tiene sentido.

En una situación problema, la modelación permite decidir qué variables y relaciones entre variables son importantes, lo que posibilita establecer modelos matemáticos de distintos niveles de complejidad, a partir de los cuales se pueden hacer predicciones, utilizar procedimientos numéricos, obtener resultados y verificar qué tan razonable son éstos respecto a las condiciones iniciales.

Con respecto a la modelación, en la didáctica de las matemáticas se ha hablado también con frecuencia desde 1977 de "la matematización" de una situación problema, con un término introducido por Hans Freudenthal.

Esta expresión se suele tomar como sinónimo de "la modelación" y ambas pueden entenderse en formas más y más complejas, que van desde una forma muy elemental, como simplificación y restricción de la complejidad de una situación real para reducirla a una situación ya conocida, de tal manera que se pueda detectar fácilmente qué esquema se le puede aplicar, cómo se relaciona con otras y qué operaciones matemáticas pueden ser pertinentes para responder a las preguntas que suscita dicha situación, hasta una forma muy avanzada, como creación de nuevos modelos y teorías matemáticas que permitan simular la evolución de una situación real en el tiempo. La segunda forma de entender la matematización y la modelación es más propia de los cursos avanzados de física, ingeniería, economía, demografía y similares, pero la primera puede comenzarse desde el preescolar e irse complejizando en los sucesivos grados escolares; esta primera manera de entender la matematización y la modelación es la que se utiliza en los Lineamientos Curriculares y en el documento de Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

Este primer sentido de la matematización o modelación puede entonces entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente. Al respecto, Lynn Arthur Steen propuso en 1986 una definición de las matemáticas que va más allá de la descripción usual de ellas como la ciencia del espacio y el número: considera que las matemáticas parten de una base empírica, pero para detectar en ella esquemas que se repiten, que podemos llamar “modelos” o “patrones” (“patterns”), y en la multitud de esos modelos o patrones detectar de nuevo otros más y teorizar sobre sus relaciones para producir nuevas estructuras matemáticas, sin poner límites a la producción de nuevos modelos mentales, nuevas teorías y nuevas estructuras. Por lo tanto, las matemáticas serían la ciencia de los modelos o patrones (“Mathematics is the science of patterns”). Steen continúa así: “el matemático busca modelos o patrones en el número, en el espacio, en la ciencia, en los ordenadores y en la imaginación. Las teorías matemáticas explican las relaciones entre modelos o patrones; las funciones y los mapas, los operadores y los morfismos conectan un tipo de modelos o patrones con otros para producir estructuras matemáticas perdurables”. (E.B.C).

También es definida como “la forma de describir ese juego o interrelación entre el mundo real y las matemáticas” (MEN, 1998). Treffers y Goffree citados por el MEN, describen la modelación como “Una actividad estructurante y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas”. Proponen que para transferir la situación problemática real a un problema planteado matemáticamente, pueden ayudar algunas actividades como:

- Identificar las matemáticas especificas es un contexto general
- Esquematizar
- Formular y visualizar un problema en diferentes formas
- Descubrir relaciones
- Descubrir regularidades
- Reconocer aspectos isomorfos en diferentes problemas
- Transferir un problema de la vida real a un problema matemático
- Transferir un problema del mundo real a un modelo matemático conocido

Una vez que el problema haya sido transferido a un problema más o menos matemático, este problema puede ser tratado con herramientas matemáticas, para lo cual se proponen actividades de representar una relación en una fórmula, probar o demostrar regularidades, refinar y ajustar modelos, utilizar diferentes modelos, combinar e integrar modelos, formular un concepto matemático nuevo, generalizar.

La comunicación: A pesar de que suele repetirse lo contrario, las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aun universales y valoren la eficiencia, eficacia y economía de los lenguajes matemáticos.

Las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente, de tal manera que la dimensión de las formas de expresión y comunicación es constitutiva de la comprensión de las matemáticas.

Podría decirse con Raymond Duval que si no se dispone al menos de dos formas distintas de expresar y representar un contenido matemático, formas que él llama "registros de representación" o "registros semióticos", no parece posible aprender y comprender dicho contenido. (E.B.C).

Por otra parte los lineamientos curriculares presentan la comunicación como "la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas". Añade además que para que los estudiantes puedan comunicarse matemáticamente se necesita establecer un ambiente de clases en el que la comunicación sea una práctica natural, que ocurre con frecuencia, y en la cual la discusión de ideas sea valorada por todos. Este ambiente debe permitir que los estudiantes:

- Logren seguridad para hacer conjeturas, preguntas, explicar sus razonamientos, argumentar y resolver problemas
- Se motiven a elaborar preguntas.
- Discutan, escuchen y negocien sus ideas matemáticas con otros estudiantes.
- Escriban sobre las matemáticas
- Elaboren informes orales en clase
- Pasen del lenguaje natural al lenguaje matemático y al de la tecnología.

Para Ibídem citado por los lineamientos curriculares "la comunicación matemática puede ocurrir cuando los estudiantes trabajan en grupos cooperativos, cuando un estudiante explica un algoritmo para resolver ecuaciones, cuando un estudiante presenta un método único para resolver un problema, cuando un estudiante construye y explica una representación gráfica de un fenómeno del mundo real, o cuando un estudiante propone una conjetura sobre una figura geométrica. El énfasis debería hacerse sobre todos los estudiantes y no justamente sobre los que se expresan mejor"

El razonamiento: el desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que la matemática no es simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tiene sentido, es lógica, potencia la capacidad de pensar y es divertida. En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos.

Es conveniente que las situaciones de aprendizaje propicien el razonamiento en los aspectos espaciales, métricos y geométricos, el razonamiento numérico y, en particular, el razonamiento proporcional apoyado en el uso de gráficas. En esas situaciones pueden aprovecharse diversas ocasiones de reconocer y aplicar tanto el razonamiento lógico inductivo y abductivo, al formular hipótesis o conjeturas, como el deductivo, al intentar comprobar la coherencia de una proposición con otras aceptadas previamente como teoremas, axiomas, postulados o principios, o al intentar refutarla por su contradicción con otras o por la construcción de contraejemplos. (E.B.C).

Según los lineamientos curriculares el razonamiento matemático debe estar presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes y por lo tanto es un eje que se debe articular con todas las actividades matemáticas. El razonamiento matemático tiene que ver con: dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones, justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas, formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contra ejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos, encontrar patrones y expresarlos matemáticamente, utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar.

Para beneficiar el desarrollo de este eje se debe:

- Propiciar una atmosfera que estimule a los estudiantes a explorar, comprobar y aplicar ideas.
- Crear en el aula un ambiente que sitúe el pensamiento crítico en el mismo centro del proceso docente.

La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos: Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras.

Para analizar la contribución de la ejecución de procedimientos rutinarios en el desarrollo significativo y comprensivo del conocimiento matemático es conveniente considerar los mecanismos cognitivos involucrados en dichos algoritmos. Uno de estos mecanismos es la alternación de momentos en los que prima el conocimiento conceptual y otros en los que prima el procedimental, lo cual requiere atención, control, planeación, ejecución, verificación e interpretación intermitente de resultados parciales.

Otro mecanismo cognitivo clave es la automatización, que requiere de la práctica repetida para lograr una rápida, segura y efectiva ejecución de los procedimientos; esta automatización no contribuye directamente al desarrollo significativo y comprensivo del conocimiento, pero sí contribuye a adquirir destrezas en la ejecución fácil y rápida de cierto tipo de tareas. Estas destrezas dan seguridad al alumno y pueden afianzar y profundizar el dominio de dichos conocimientos, pero también pueden perder utilidad en la medida en que se disponga de ayudas tecnológicas que ejecuten dichas tareas más rápida y confiablemente. Otro mecanismo cognitivo involucrado es la reflexión sobre qué procedimientos y algoritmos conducen al reconocimiento de patrones y regularidades en el interior de determinado sistema simbólico y en qué contribuyen a su conceptualización. Esta reflexión exige al estudiante poder explicar y entender los conceptos sobre los cuales un procedimiento o algoritmo se apoya, seguir la lógica que lo sustenta y saber cuándo aplicarlo de manera fiable y eficaz y cuándo basta utilizar una técnica particular para obtener más rápidamente el resultado.

Por ello, así el docente decida practicar y automatizar un solo algoritmo para cada una de las operaciones aritméticas usuales, es conveniente describir y ensayar otros algoritmos para cada una de ellas, compararlos con el que se practica en clase y apreciar sus ventajas y desventajas. Esta comparación permite distinguir claramente la operación conceptual de las distintas formas algorítmicas de ejecutarla y el resultado de dicha operación conceptual del símbolo producido al final de la ejecución de uno u otro algoritmo. Todo ello estimula a los estudiantes a inventar otros procedimientos para obtener resultados en casos particulares. Esto los prepara también para el manejo de calculadoras, el uso de hojas de cálculo, la elaboración de macroinstrucciones y aun para la programación de computadores. (E.B.C)

Según el MEN los procedimientos son “los conocimientos en cuanto a actuaciones, a destrezas, estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, resaltando en el alumno la capacidad de enfocar y resolver las propias actuaciones de manera cada vez más hábil e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud”. Enfatiza en que el aprendizaje de los procedimientos no debe descuidar el conocimiento conceptual al que está ligado. Los procedimientos son de índole y generalidad diversa. Algunos autores hacen referencia a grupos de procedimientos aritméticos, geométricos, métricos, estadísticos, analíticos, entre otros.

De esta manera, Luis Rico citado en los lineamientos curriculares, describe los procedimientos aritméticos, métricos y geométricos de la siguiente manera:

- Los procedimientos aritméticos; son los procedimientos necesarios para dominar el sistema de numeración decimal y las cuatro operaciones básicas; la lectura y escritura de números, el cálculo mental con dígitos y el empleo de la calculadora.
- Los procedimientos geométricos; son rutinas para construir un modelo de un concepto geométrico, manipularlo o representarlo en el plano. También son procedimientos de tipo gráfico y representaciones que se desarrollan en los diferentes campos de la matemática.
- Los procedimientos analíticos son los que tienen que ver con el álgebra, funciones y cálculo diferencial e integral, por ejemplo, las gráficas y tablas, la modelación de situaciones de cambio a través de las funciones, el cálculo de las tasas de inflación, los intereses en un préstamo, entre otras.

2.3.1.2.2 Derechos Básicos de Aprendizaje

El Ministerio de Educación Nacional ha venido trabajando en distintas estrategias y herramientas que conlleven al mejoramiento de la calidad educativa del país y que sean útiles en los establecimientos educativos. Una de estas herramientas son los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) dirigidos a todos los actores del sector educativo para que identifiquen lo que es indispensable que aprendan los estudiantes y se desarrollen las acciones que sean necesarias para garantizarlo. Éstos tienen como finalidad presentar al país un conjunto de aprendizajes fundamentales, alineados con los Estándares Básicos de Competencias, que pueden utilizarse como base para el diseño de programas de estudio coherentes, secuenciados y articulados en todos los grados y que a su vez, tengan en cuenta las particularidades de la comunidad educativa como la diversidad cultural, étnica, geográfica y social; son un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país. Se plantean para cada año escolar desde grado primero a grado once, en las áreas de lenguaje y matemáticas y se han estructurado en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). Los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular puesto que estos son complementados por los enfoques, metodologías, estrategias y contextos que se definen en los establecimientos educativos, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales y se concretan en los planes de área.

Algunos de los Estándares Básicos de Aprendizaje que se estructuran para el grado octavo establecen:

- Comprende sin un lenguaje formal la noción de función como una regla f, que a cada valor $\boldsymbol{x}$, le asigna un único valor $\boldsymbol{f(x)}$ y reconoce que su gráfica está conformada por todos los puntos $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{f(x)})$. También comprende que una función sirve para modelar relaciones de dependencia entre dos magnitudes.

- Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa usando razones o proporciones, tablas, gráficas o ecuaciones. En particular sabe que la gráfica que corresponde a una relación de proporcionalidad directa es una recta que pasa por el origen y que la gráfica que corresponde a una relación de proporcionalidad inversa no es una recta.
- Realiza diagramas y maquetas estableciendo una escala y explicando su procedimiento. Comprende cómo se transforma el área de una región o el volumen de cierto objeto, dada cierta escala.
- Reconoce que la gráfica de $\boldsymbol{y = mx + b}$ es una línea recta. Encuentra la ecuación de la recta ($\boldsymbol{y = mx + b}$) que pasa por dos puntos dados y comprende el significado gráfico de $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{b}$.
- Usa su conocimiento sobre funciones lineales ($\boldsymbol{f(x) = mx + b}$) para plantear y solucionar problemas.
- Aplica la propiedad distributiva en expresiones simples como $(\boldsymbol{Ax + B})(\boldsymbol{Cx + D})$.
- Utiliza identidades como: $(\boldsymbol{a + b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + 2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2$; $(\boldsymbol{a - b})^2 = \boldsymbol{a}^2 - 2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2$; $\boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b}^2 = (\boldsymbol{a - b})(\boldsymbol{a + b})$ Para resolver problemas y las justifica algebraica o geométricamente. Reconoce errores comunes como $(\boldsymbol{a + b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2$.
- Multiplica, divide, suma y resta fracciones que involucran variables (fracciones algebraicas) en la resolución de problemas.
- Conoce el teorema de Pitágoras y alguna prueba gráfica del mismo.
- Conoce las fórmulas para calcular áreas de superficie y volúmenes de cilindros y prismas. Usa representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales para solucionar problemas geométricos.

Como se puede ver, los DBA están en concordancia con los lineamientos curriculares de matemáticas propuestos por el MEN, que establece, “el desarrollo del pensamiento variacional para la educación básica a partir de la superación de la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las matemáticas donde la variación se encuentra como esencia de ellas”

2.3.1.2.3 Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

El desarrollo del álgebra en los Siglos XVI y XVII y del cálculo diferencial e integral en los Siglos XVII y XVIII mostraron también que el pensamiento variacional no se podía refinar sin los sistemas algebraicos y analíticos ni éstos sin aquél. La relación del pensamiento variacional con el manejo de los sistemas algebraicos muestra que el álgebra es un sistema potente de representación y de descripción de fenómenos de variación y cambio y no solamente un juego formal de símbolos no interpretados, por útiles, ingeniosos e interesantes que sean dichos juegos.

Un aspecto importante en el aprendizaje del álgebra corresponde a la utilización con sentido y al estudio formal de los objetos algebraicos (variables, constantes, parámetros, términos, fórmulas y otras expresiones algebraicas como las ecuaciones e inecuaciones, los sistemas de ecuaciones o de inecuaciones, por ejemplo), para lo cual es necesario ampliar la notación del lenguaje aritmético y utilizar las propiedades características de los sistemas numéricos (como la conmutativa y la asociativa de la adición y la multiplicación y la distributiva de la multiplicación respecto de la adición, o el carácter simétrico y transitivo de la igualdad y el carácter antisimétrico y transitivo de la desigualdad). De esta manera, el cálculo algebraico surge como generalización del trabajo aritmético con modelos numéricos en situaciones de variación de los valores de las mediciones de cantidades relacionadas funcionalmente (E.B.C).

El MEN propone iniciar su estudio intentando cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes. Algunos de los núcleos conceptuales matemáticos en los que se encuentra involucrada la variación son:

- Continuo numérico, reales, en su interior los procesos infinitos, su tendencia , aproximaciones sucesivas, divisibilidad
- La Función como dependencia y modelos de función
- Las magnitudes
- El álgebra.
- Modelos matemáticos de tipos de variación, aditiva, multiplicativa, variación para medir el cambio absoluto y para medir el cambio relativo.

En los lineamientos curriculares se señala además que, la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía. Conceptos que promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático. El significado sobre la variación puede establecerse a partir de situaciones problema referidas a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. Adicionalmente algunas herramientas pueden usarse para la comprensión de la variable, como, el uso de tablas, el estudio de patrones, la representación de situaciones concretas, las gráficas cartesianas, los contextos de variación proporcional, entre otras.

3. Metodología

El presente trabajo incorpora un diseño cualitativo, debido a que establece procesos asociados al pensamiento variacional y sistemas algebraicos: interpretación, modelación y uso de expresiones algebraicas. Se lleva a cabo con dos (2) grupos de estudiantes: uno que interactúa con una propuesta didáctica elaborada por el investigador (grupo experimental), y el otro grupo el cual no tiene asignada ninguna condición experimental (grupo control). Para lo cual se extrae de la población de los grados octavos de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara ubicada en el municipio de Yaguará (Huila), un grupo experimental de 34 estudiantes, y un grupo control de 28 estudiantes, cuyas edades oscilan entre los trece y los quince años.

En esta investigación los sujetos no son asignados al azar, ya se encontraban formados antes del experimento, lo que significa que son grupos intactos, en este caso son grupos establecidos por la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara.

Esta propuesta se desarrollará en las siguientes fases o etapas:

- La primera fase, elaboración del anteproyecto: en esta fase se plantea el problema a investigar, se indaga sobre la justificación, se plantean objetivos, se hace una revisión de estado del arte y se propone la metodología a seguir.
- La segunda fase, es el diseño y aplicación del pre-test, enfocado a evaluar los conocimientos en la interpretación, modelación y manejo de expresiones algebraica en estudiantes de grado octavo.
- La tercera fase, es el análisis de los hallazgos o resultados arrojados por los estudiantes al realizar el pre-test.
- La cuarta fase, es el diseño y aplicación de las guías didácticas y del material concreto que busca fortalecer los conceptos básicos del álgebra a través de situaciones problema partiendo de los análisis de la información obtenida en la etapa anterior.
- La quinta fase, es la aplicación del pos-test.
- La sexta fase, es resultados, conclusiones y sugerencias.

3.1 Diseño de la propuesta para la enseñanza del álgebra

Se propone para la iniciación al álgebra en el aula, la elaboración de una estrategia didáctica centrada en el aprendizaje significativo. Esta incluye una serie de actividades que permiten construir los conceptos básicos del álgebra y resolver problemas aplicados al contexto de los estudiantes. Cada una de las actividades propuestas será previamente validada por el coordinador del trabajo de grado.

3.1.1 Contextualización

Esta propuesta surge como respuesta a la necesidad de crear una estrategia para enseñar los conceptos básicos del álgebra a los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara. Ubicada en el municipio de Yaguará (Huila), ya que estos jóvenes han mostrado grandes dificultades a lo largo del desarrollo de su pensamiento algebraico, de ahí que esta propuesta para el aula pretenda constituir una experiencia introductoria cuyo objetivo es servir como base para que los conceptos algebraicos puedan ser aprendidos y desarrollados más fácilmente, a la vez que se propone desarrollar también los dos tipos de conocimientos básicos que se han distinguido en el conocimiento matemático: El conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental, presentes en los procesos generales que se contemplan en los lineamientos curriculares de matemáticas al igual que se piensa en la otra fase básica del conocimiento matemático; la práctica, que expresa condiciones sociales de relación de la persona con su entorno, contribuyendo a mejorar su calidad de vida y su desempeño como ciudadano.

3.2 Diseño y aplicación del pre-test

El pre-test fue aplicado a un grupo experimental de 34 estudiantes y a un grupo control de 28 estudiantes pertenecientes al grado octavo de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara. Se propuso una prueba escrita compuesta por preguntas tipo cuestionario en las cuales se les plantea a los estudiantes indicar el gusto que siente por las matemáticas, los conocimientos básicos de álgebra. Contiene también problemas en los que las variables están representadas con símbolos literales que implican la manipulación de expresiones algebraicas con la finalidad de evaluar el manejo y el conocimiento que tienen de los conceptos algebraicos; problemas que muestran la capacidad para construir secuencias de figuras y patrones de secuencias; preguntas que pretenden indagar sobre los saberes previos necesarios para la posterior apropiación de estos conceptos, tales como magnitudes, relaciones de proporcionalidad, regla de tres simple, elaboración de tablas e interpretación de fórmulas. (Ver anexo A).

3.3 Resultados de la investigación

Se presentan los resultados de la investigación. Se describen cada una de las fases desarrolladas en el proceso metodológico planteado y se hace un análisis descriptivo de los resultados obtenidos.

3.3.1 Implementación de la propuesta

Las fases de la implementación de la propuesta fueron:

- Validación del test (esta prueba se utilizó como pre-test y pos-test).
- Validación de la propuesta didáctica.
- Aplicación del pre-test en grupo control y grupo experimental.
- Implementación de la propuesta didáctica.
- Aplicación del pos-test en grupo control y experimental.

3.3.2 Aplicación del pre-test en grupo control y experimental

El pre-test en el grupo control y en el grupo experimental se aplicó el 19 de abril de 2016. Previo a la aplicación del pre-test se hizo una explicación de la actividad, pues no era normal enfrentar una “evaluación” con un profesor diferente al titular de la materia y más aún de una temática que apenas estaban desarrollado en clase.

El tiempo programado para la prueba era 120 minutos, pero solo duró 40 minutos en el grupo control y 50 minutos en el grupo experimental.

Al revisar y analizar las respuestas obtenidas en el pre-test aplicado al grupo experimental y al grupo control, se observan en los estudiantes los siguientes resultados:

Pregunta 1. Está conformado por una pregunta de "SI" o "NO" a través de las cual se le pide a los estudiantes manifestar su agrado por la matemática.

Preguntas 2 y 3. Están conformados por preguntas de "SI" o "NO" a través de las cuales se les pide a los estudiantes manifestar su acercamiento con el álgebra.

El objetivo de estos tres puntos es identificar el grado de afinidad que los estudiantes tienen con la matemática y con el álgebra.

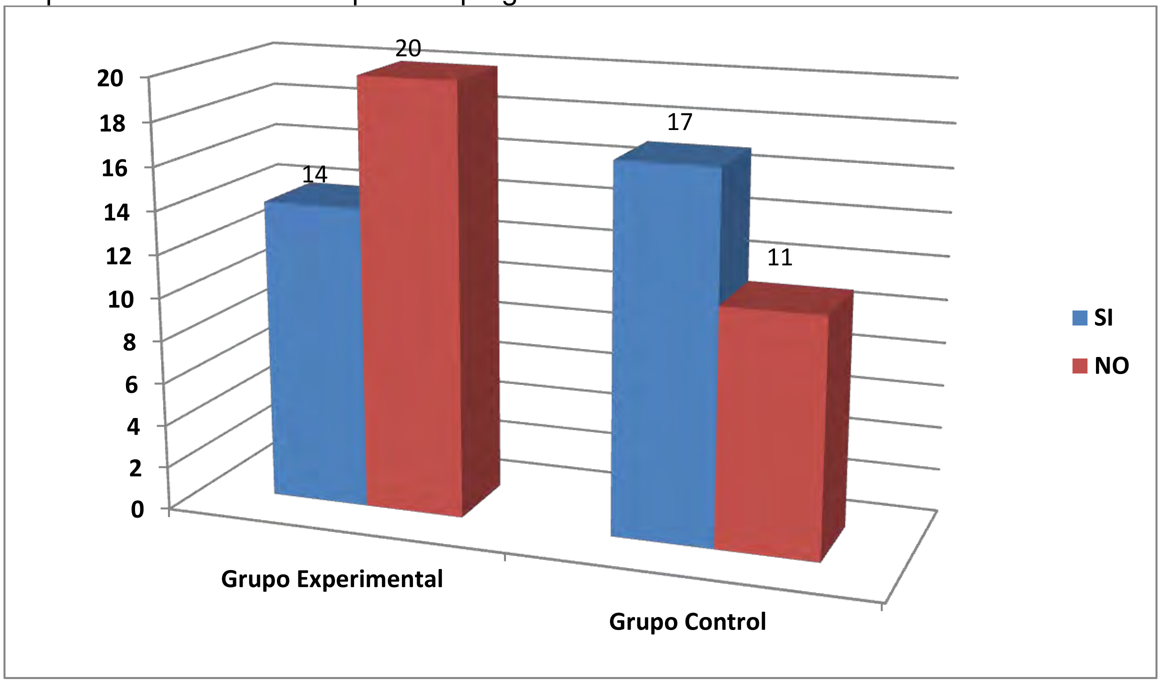
Tabla 3-1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la primera pregunta.

Grupo Experimental		
Pregunta	**SI**	**NO**
1	**14**	**20**
Porcentaje	**41.2%**	**58,8%**

Tabla 3-1.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la primera pregunta.

Grupo Control		
Pregunta	**SI**	**NO**
1	**17**	**11**
Porcentaje	**60.7%**	**39.3%**

Figura 3-1: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la primera pregunta.



De acuerdo con los resultados anteriores se puede observar que existe un alto número de estudiantes a los que no les gusta la matemática, siendo mayoría en el grupo experimental con un 58.8%.

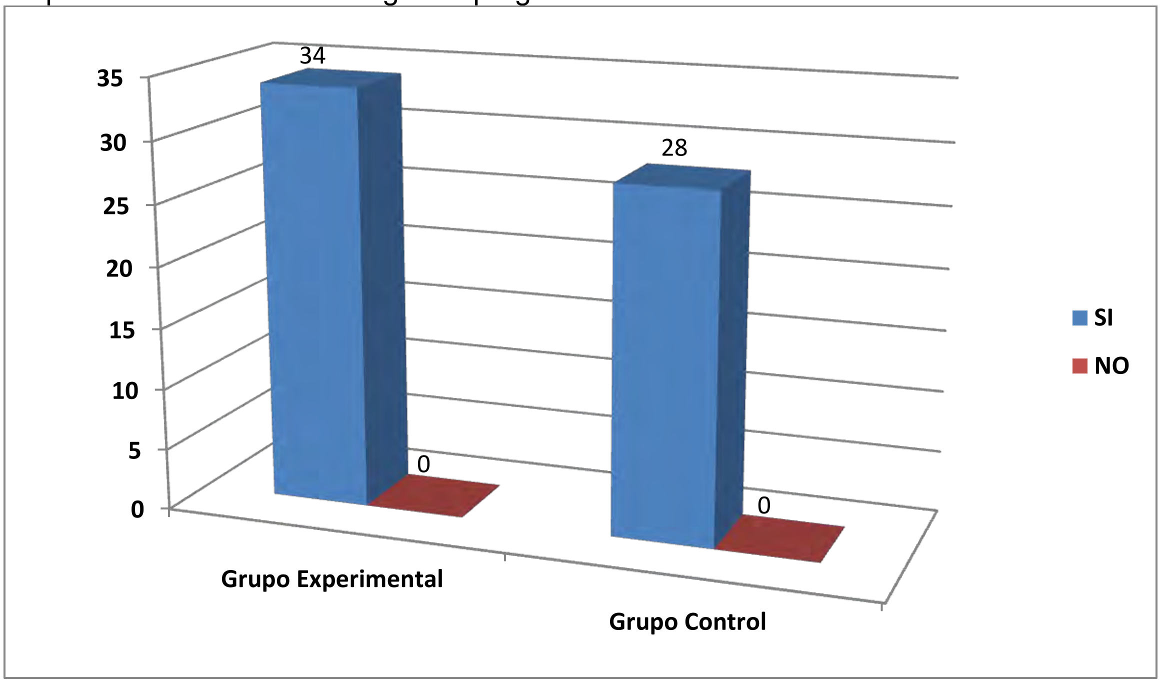
Tabla 3-2: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la segunda pregunta.

Grupo Experimental		
Pregunta	**SI**	**NO**
2	**34**	**0**
Porcentaje	**100%**	**0%**

Tabla 3-2.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la segunda pregunta.

Grupo Control		
Pregunta	**SI**	**NO**
2	**28**	**0**
Porcentaje	**100%**	**0%**

Figura 3-2: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la segunda pregunta.



De acuerdo con los resultados anteriores se puede observar que todos los estudiantes han escuchado hablar del álgebra lo cual los familiariza con el tema.

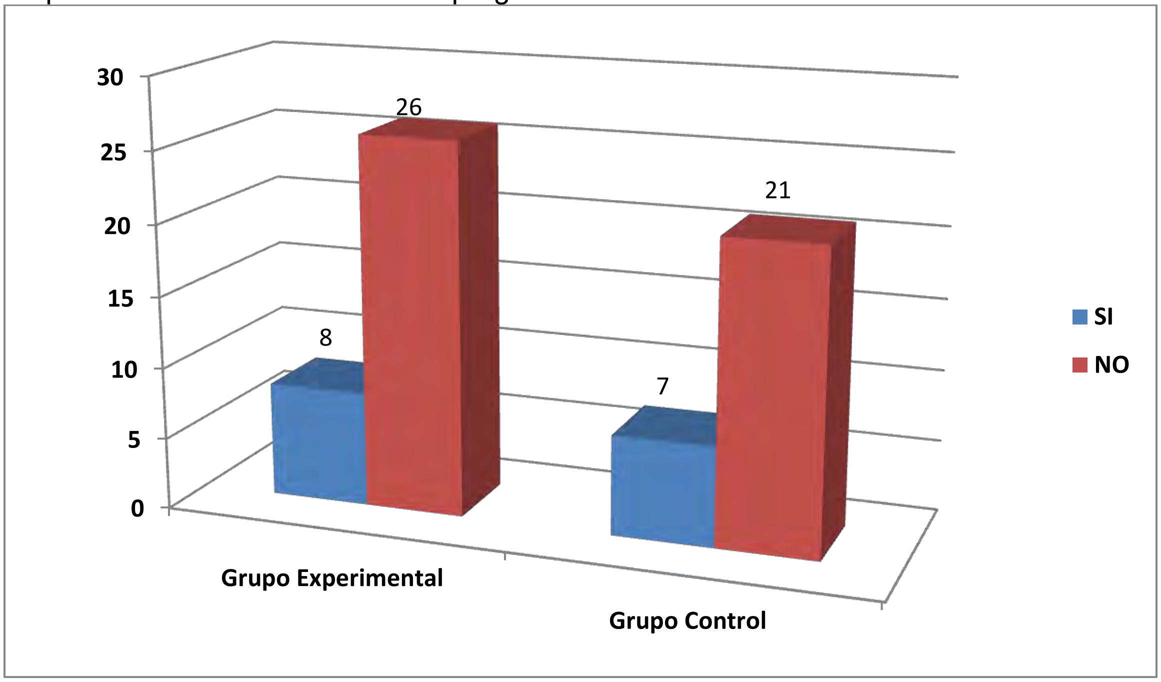
Tabla 3-3: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la tercera pregunta.

Grupo Experimental		
Pregunta	**SI**	**NO**
3	**8**	**26**
Porcentaje	**23.5%**	**76.5%**

Tabla 3-3.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la tercera pregunta.

Grupo Control		
Pregunta	**SI**	**NO**
3	**7**	**21**
Porcentaje	**25%**	**75%**

Figura 3-3: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la tercera pregunta.



De acuerdo con los resultados anteriores se puede observar que existe un alto número de estudiantes a los que no conocen el concepto de álgebra, siendo mayoría en el grupo experimental con un 76.5%.

Preguntas 4 y 5. Apuntan a evaluar el manejo y el conocimiento que tienen los estudiantes del concepto de razón y proporción. En cada uno de estos puntos se les pide a los estudiantes interpretar y escribir en la expresión que representa según el enunciado.

Tabla 3-4: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas cuatro y cinco.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
4	**9**	**23**	**2**
5	**12**	**22**	**0**

Tabla 3-4.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas cuatro y cinco.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
4	**7**	**20**	**1**
5	**11**	**16**	**1**

Figura 3-4: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas cuatro y cinco.

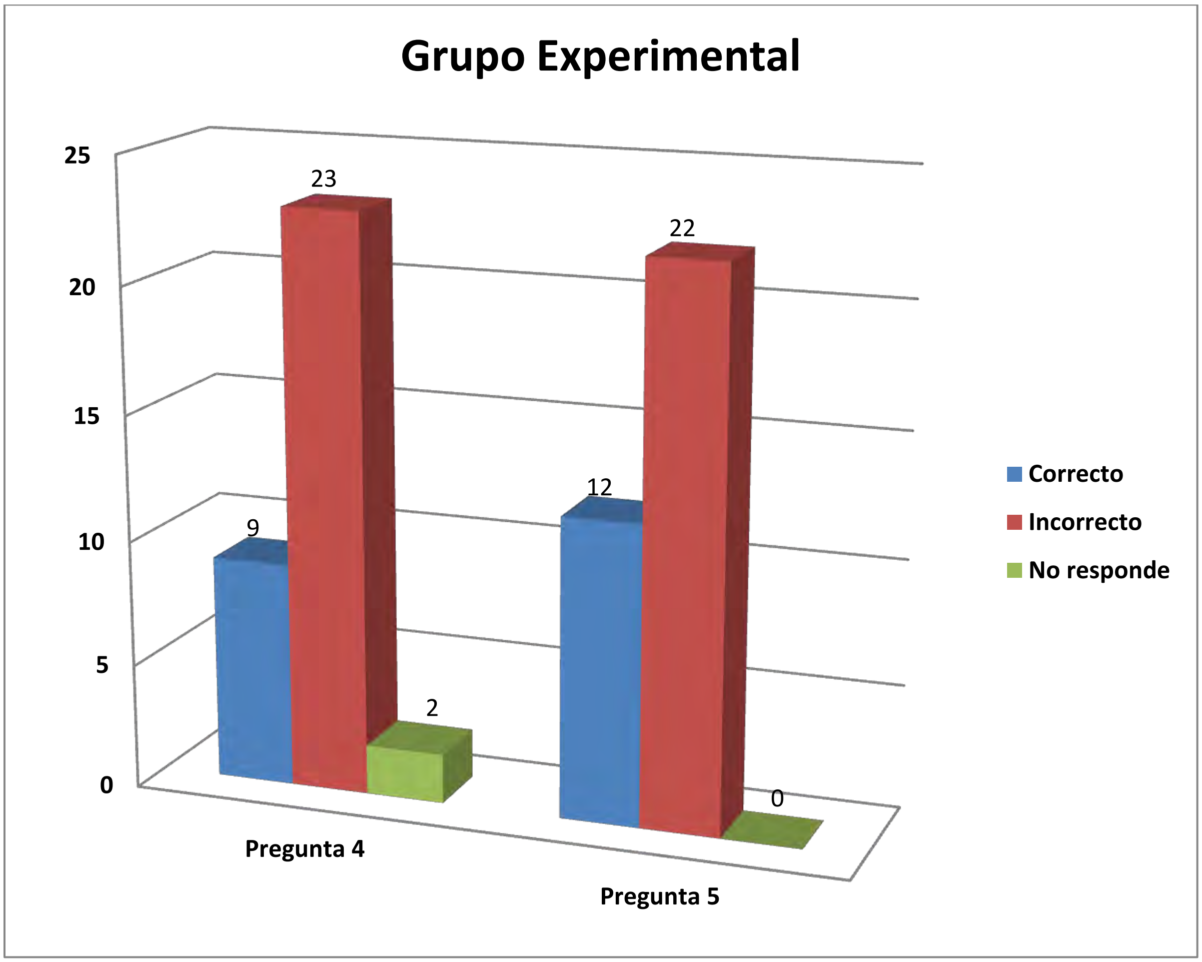
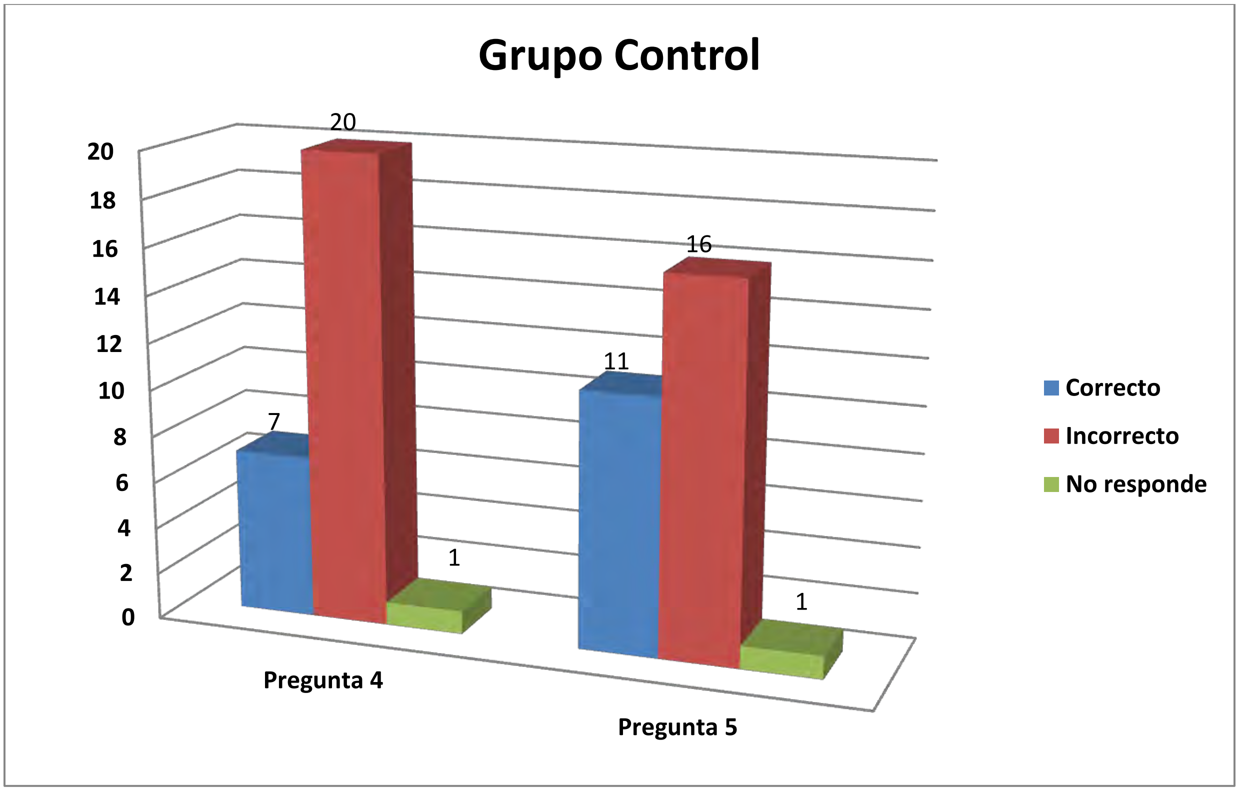


Figura 3-4.1: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas cuatro y cinco.



De acuerdo con los resultados anteriores se puede identificar tanto en el grupo experimental como en el grupo control, un alto grado de dificultad en los estudiantes para resolver problemas que involucran conceptos de proporcionalidad y razón.

Pregunta 6. Con esta pregunta se pretende evaluar el manejo y el conocimiento que tienen los estudiantes del concepto de variable o incógnita como número general. En este punto se les pide a los estudiantes escribir o encontrar un valor que cumpla la condición de igualdad.

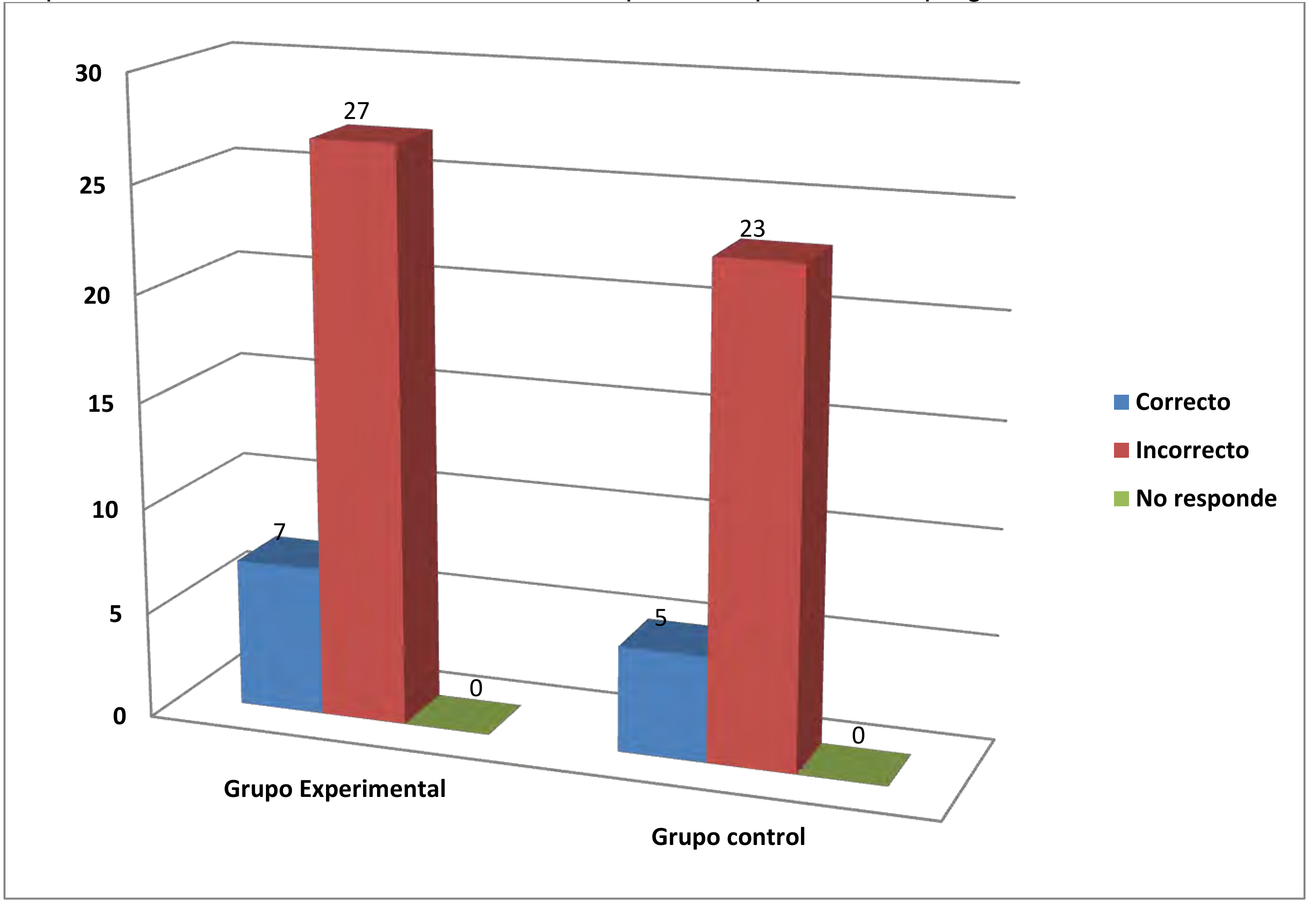
Tabla 3-5: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta seis.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
6	**7**	**27**	**0**
Porcentaje	**20.6%**	**79.4%**	**0**

Tabla 3-5.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta seis.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
6	**5**	**23**	**0**
Porcentaje	**17.8%**	**82.1%**	**0**

Figura 3-5: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta seis.



Al analizar la comprensión, que tienen los estudiantes al escribir o encontrar el valor que hace verdadera una igualdad. Se pudo determinar que un número considerable de estudiantes no logran identificar la variable como número general, el 79.4% de los estudiantes del grupo experimental y el 82.1% de los estudiantes del grupo control manifestaron dificultad para dar solución del punto seis.

Pregunta 7. Esta pregunta busca evaluar las habilidades de los estudiantes para construir expresiones algebraicas.

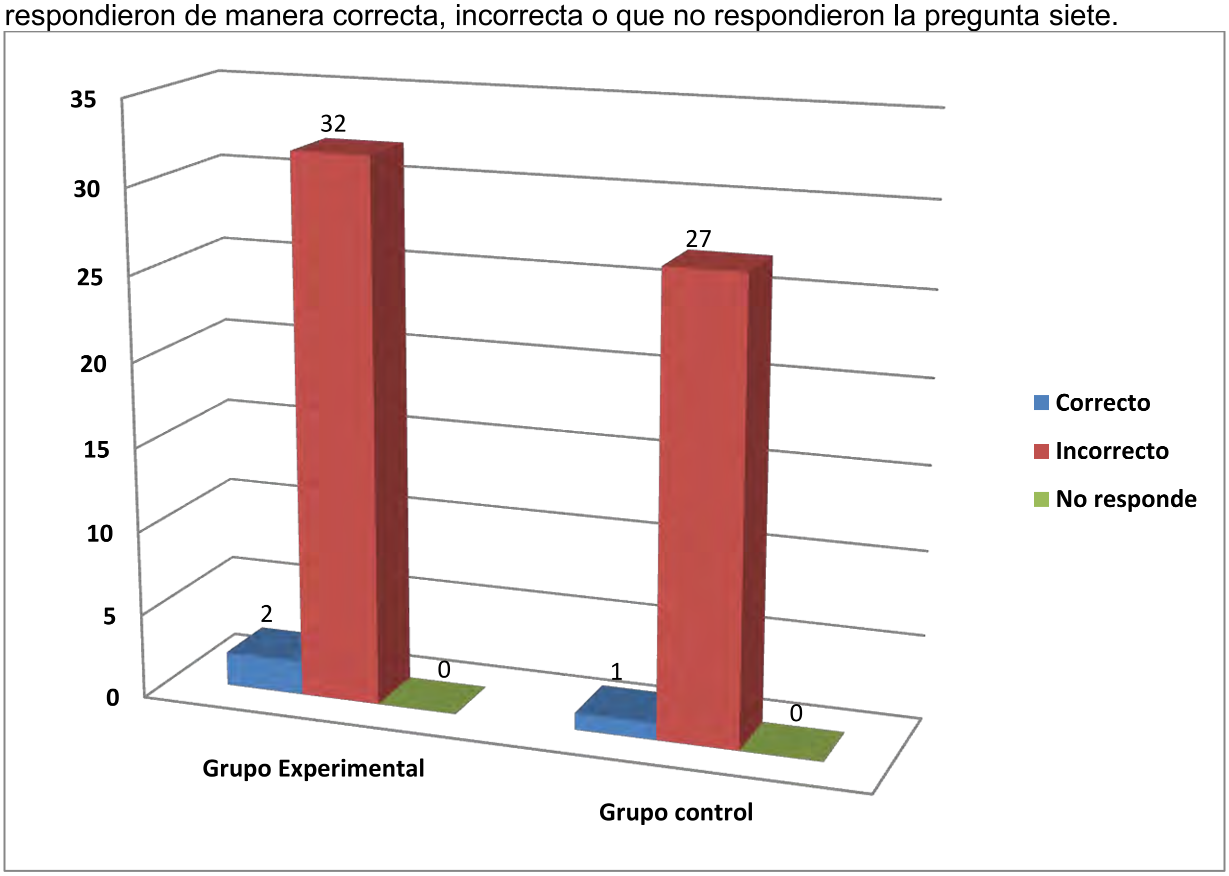
Tabla 3-6: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta siete.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
7	**2**	**32**	**0**
Porcentaje	**6%**	**94%**	**0**

Tabla 3-6.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta siete.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
7	**1**	**27**	**0**
Porcentaje	**4%**	**96%**	**0**

Figura 3-6: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta siete.



Teniendo en cuenta los resultados obtenidos se observa que el 94% de los estudiantes del grupo experimental y el 96% de los estudiantes del grupo control manifiestan mucha dificultad para representar una situación de manera simbólica a través del lenguaje algebraico lo cual se evidencia en la solución de este punto, cuyas respuestas muestran generalizaciones inadecuadas y no son acordes al nivel requerido.

Preguntas 8, 9, 10 y 11. Pretenden evaluar el manejo y el conocimiento que tienen los estudiantes del concepto de variable como relación funcional, la elaboración de secuencias y la generalización de una situación problema.

Tabla 3-7: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas ocho, nueve, diez y once.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
8	**4**	**30**	**0**
9	**2**	**29**	**3**
10	**0**	**31**	**3**
11	**0**	**33**	**1**

Tabla 3-7.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas ocho, nueve, diez y once.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
8	**4**	**24**	**0**
9	**3**	**23**	**2**
10	**0**	**27**	**1**
11	**0**	**27**	**1**

Figura 3-7: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas ocho, nueve, diez y once.

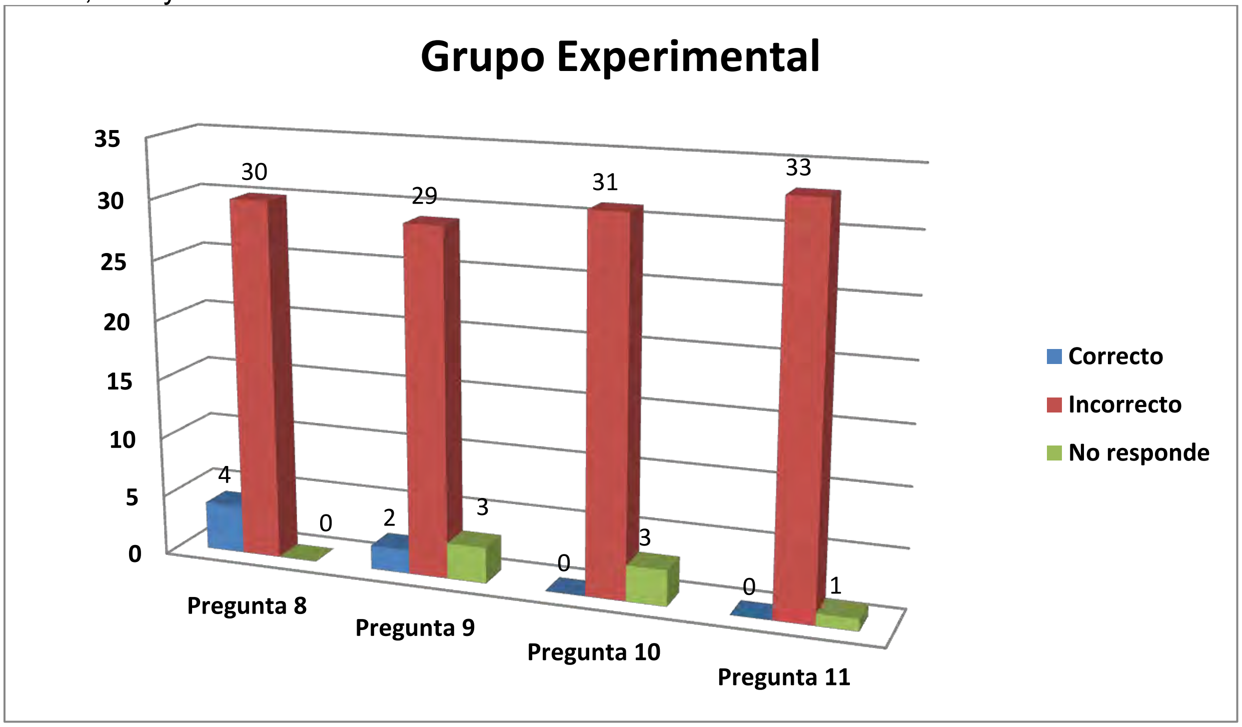
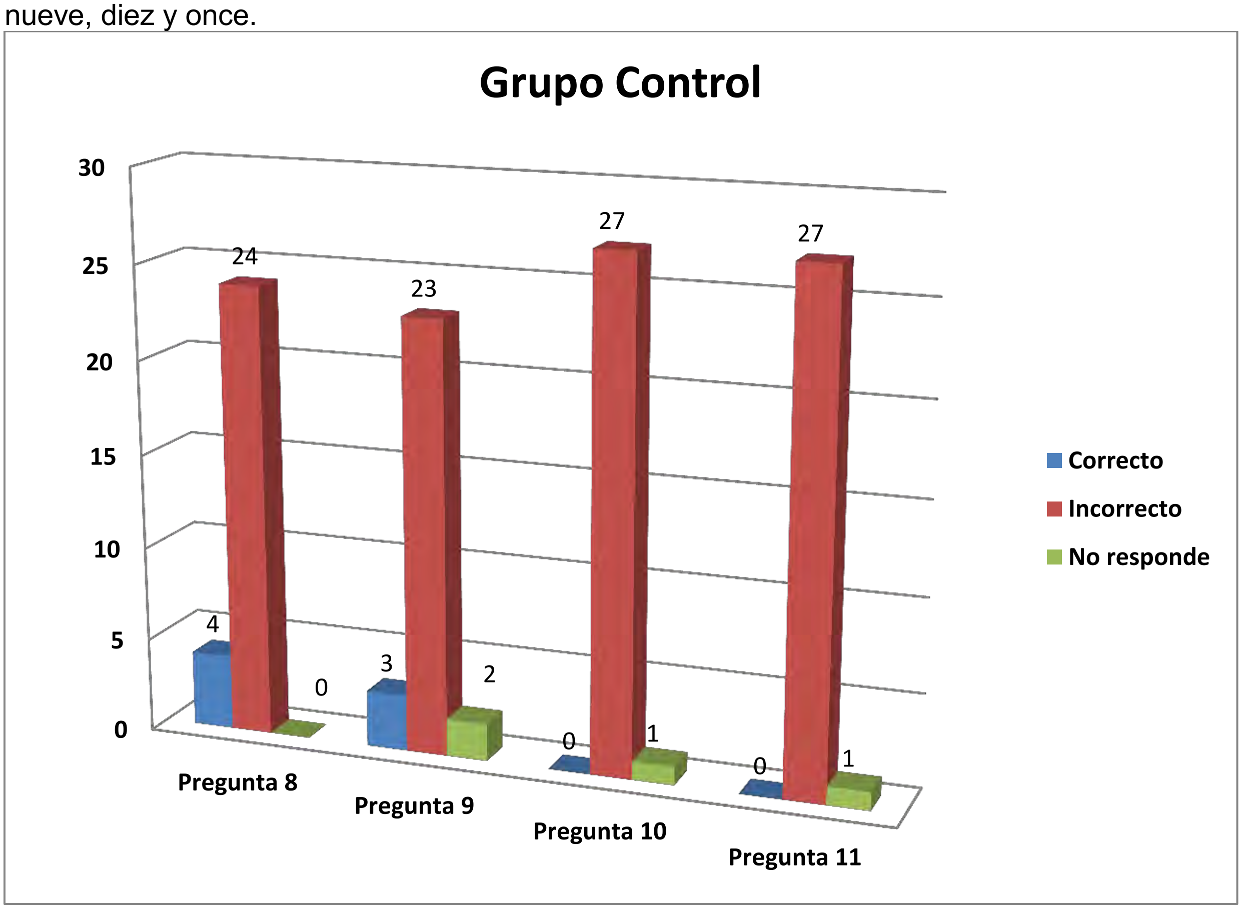


Figura 3-7.1: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas ocho, nueve, diez y once.



Se evidencian mayores dificultades en la solución de los preguntas 8, 9 10 y 11, en cuyos casos un alto porcentaje de estudiantes superior al 85%, y llegando al 100% en el caso de las preguntas 10 y 11. Con lo cual se observa la dificultad para reconocer un patrón de secuencia como una relación funcional, aplicando estrategias y procedimientos no apropiados para dar respuesta a los problemas planteados, sin alcanzar una comprensión correcta de las razones por las que se establecen dichos procedimientos. De igual manera revelan imposibilidad de establecer una relación matemática adecuada.

Preguntas 12 y 13. Estas dos preguntas están diseñadas para indagar el manejo que tienen los estudiantes de grado octavo de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, sobre algunos conocimientos previos necesarios para una apropiación adecuada de los conceptos algebraicos.

Tabla 3-8: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas doce y trece.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
12	**8**	**20**	**6**
13	**5**	**22**	**1**

Tabla 3-8.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas doce y trece.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
12	**5**	**26**	**3**
13	**6**	**20**	**2**

Figura 3-8: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas doce y trece.

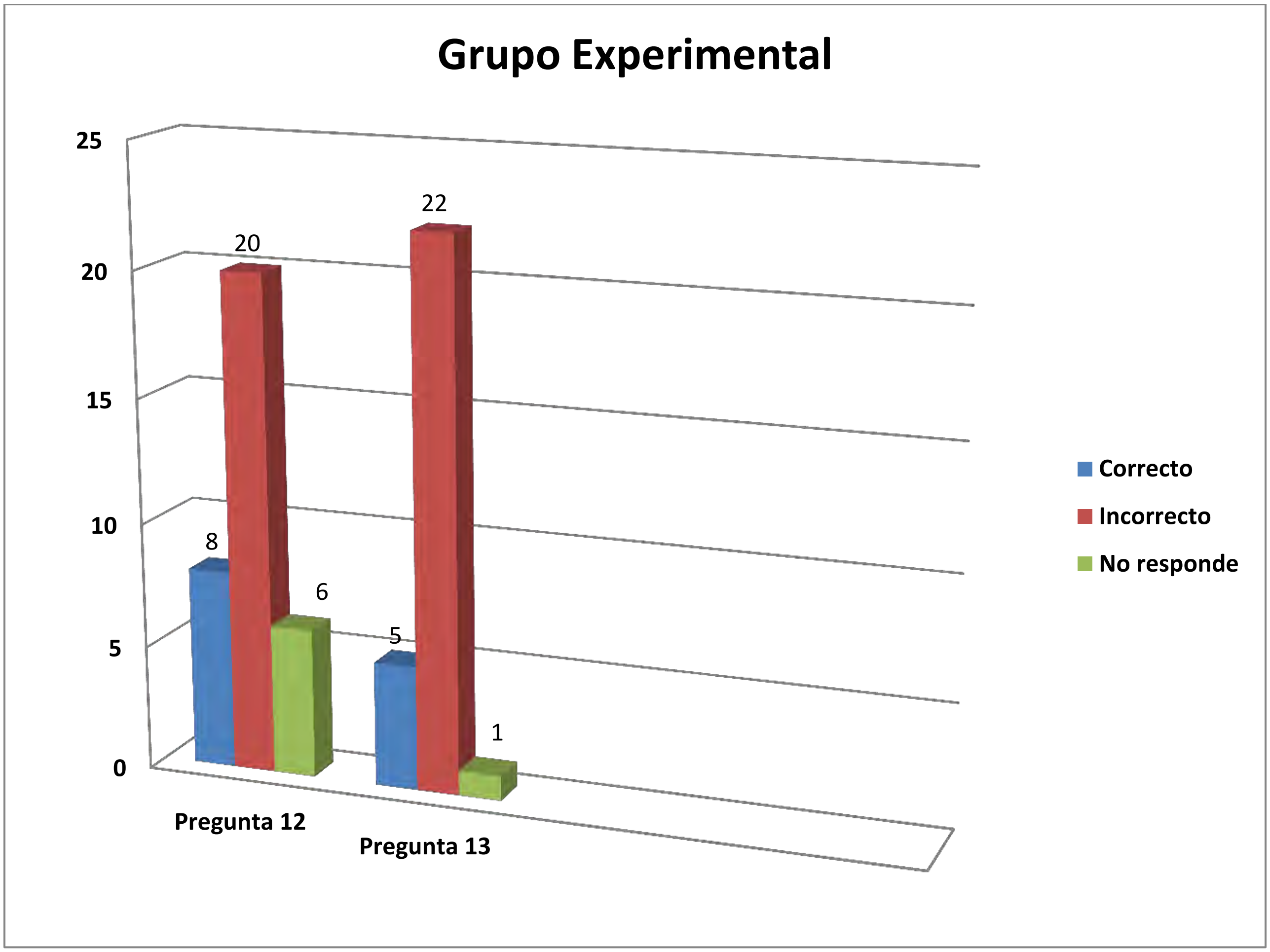
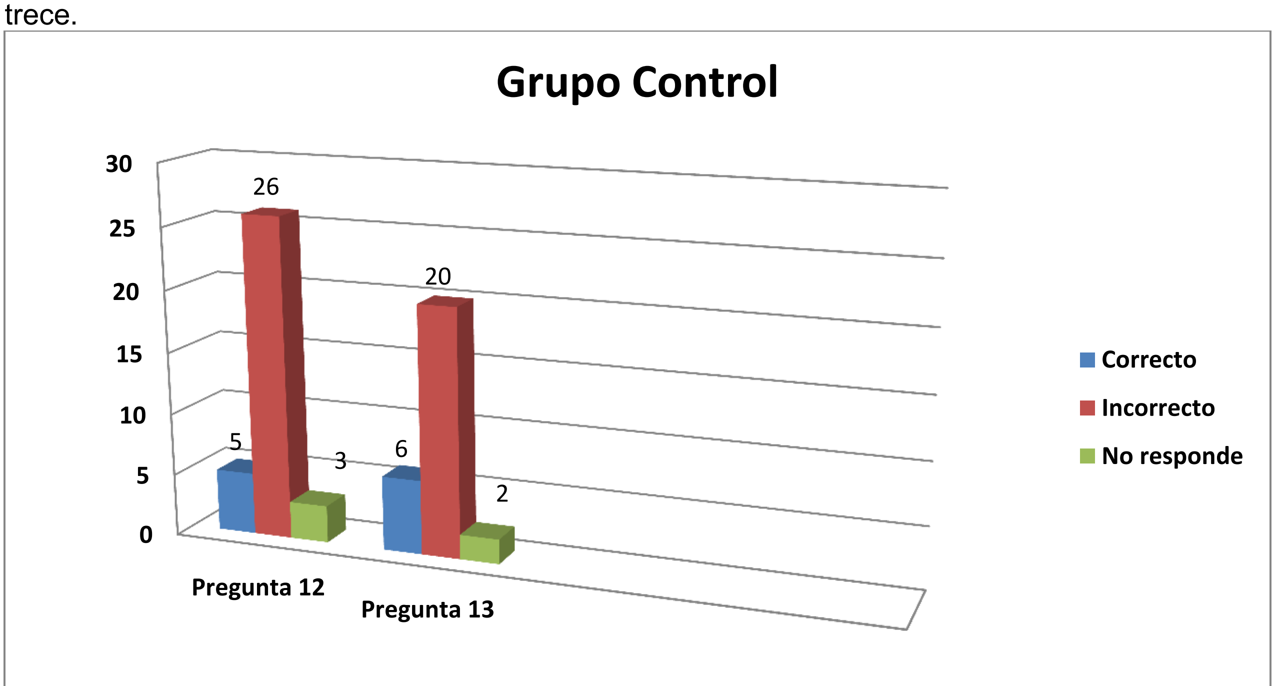


Figura 3-8.1: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas doce y trece.



Se observa en los dos grupos que los porcentajes de acierto no superan el 24%, lo cual evidencia falencias en los conocimientos básicos que poseen los estudiantes, dificultando la comprensión de las preguntas y por tanto su interpretación y solución es inapropiado.

Pregunta 14. Esta pregunta busca evaluar la comprensión y el manejo del concepto de variable.

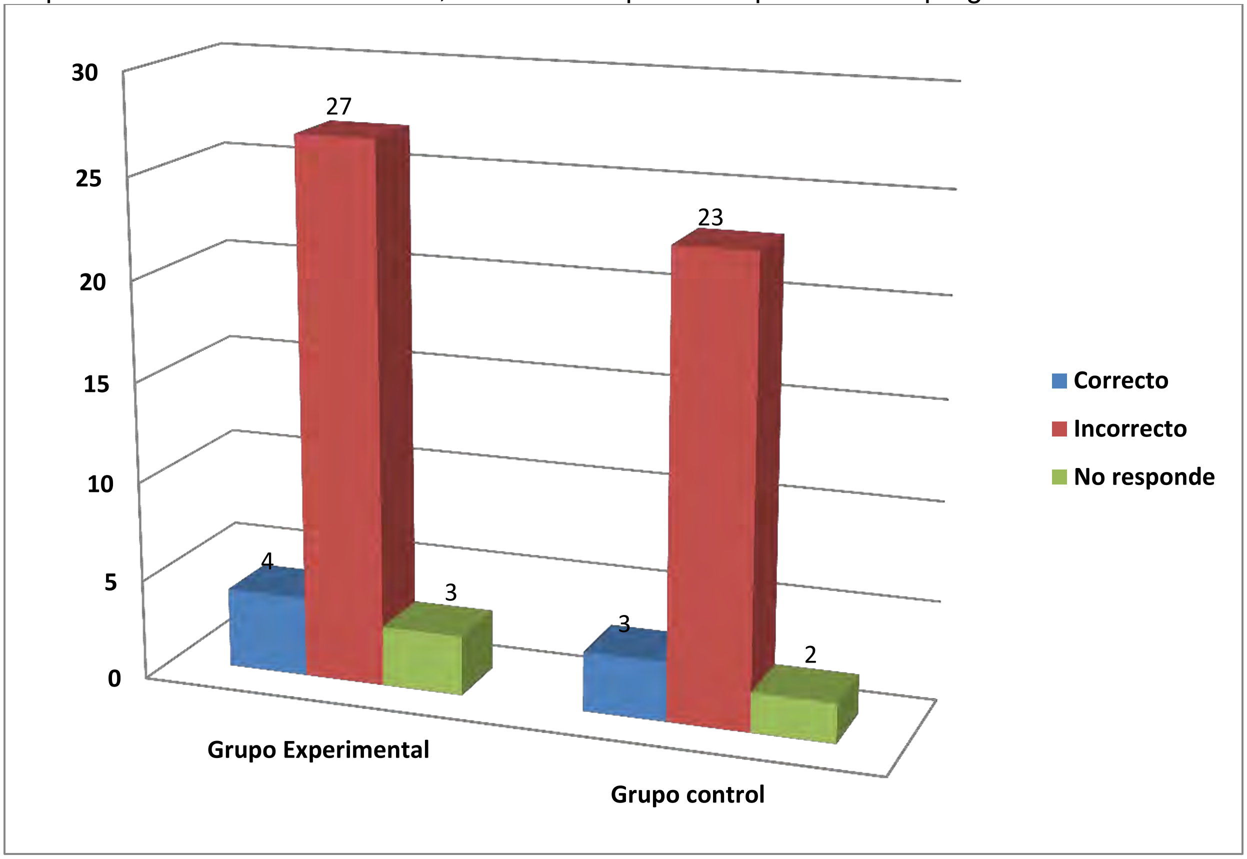
Tabla 3-9: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta catorce.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
14	**4**	**27**	**3**
Porcentaje	**12%**	**79%**	**9%**

Tabla 3-9.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta catorce.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
14	**3**	**23**	**2**
Porcentaje	**11%**	**82%**	**7%**

Figura 3-9: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta catorce.



Teniendo en cuenta los resultados obtenidos se observa que más del 88% de los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara manifiestan mucha dificultad en el concepto e interpretación de una variable. Lo cual se evidencia al ver la solución dada a la pregunta catorce.

Preguntas 15, 16 y 17. Fueron diseñados con el fin de analizar la manera de resolver problemas donde se aplican conceptos de magnitud, relaciones de proporcionalidad, perímetro, áreas y regla de tres simple.

Tabla 3-10: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas quince, dieciséis y diecisiete.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
15	**10**	**24**	**0**
16	**5**	**29**	**0**
17	**1**	**33**	**0**

Tabla 3-10.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas quince, dieciséis y diecisiete.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
15	**8**	**20**	**0**
16	**4**	**24**	**0**
17	**2**	**26**	**0**

Figura 3-10: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas quince, dieciséis y diecisiete.

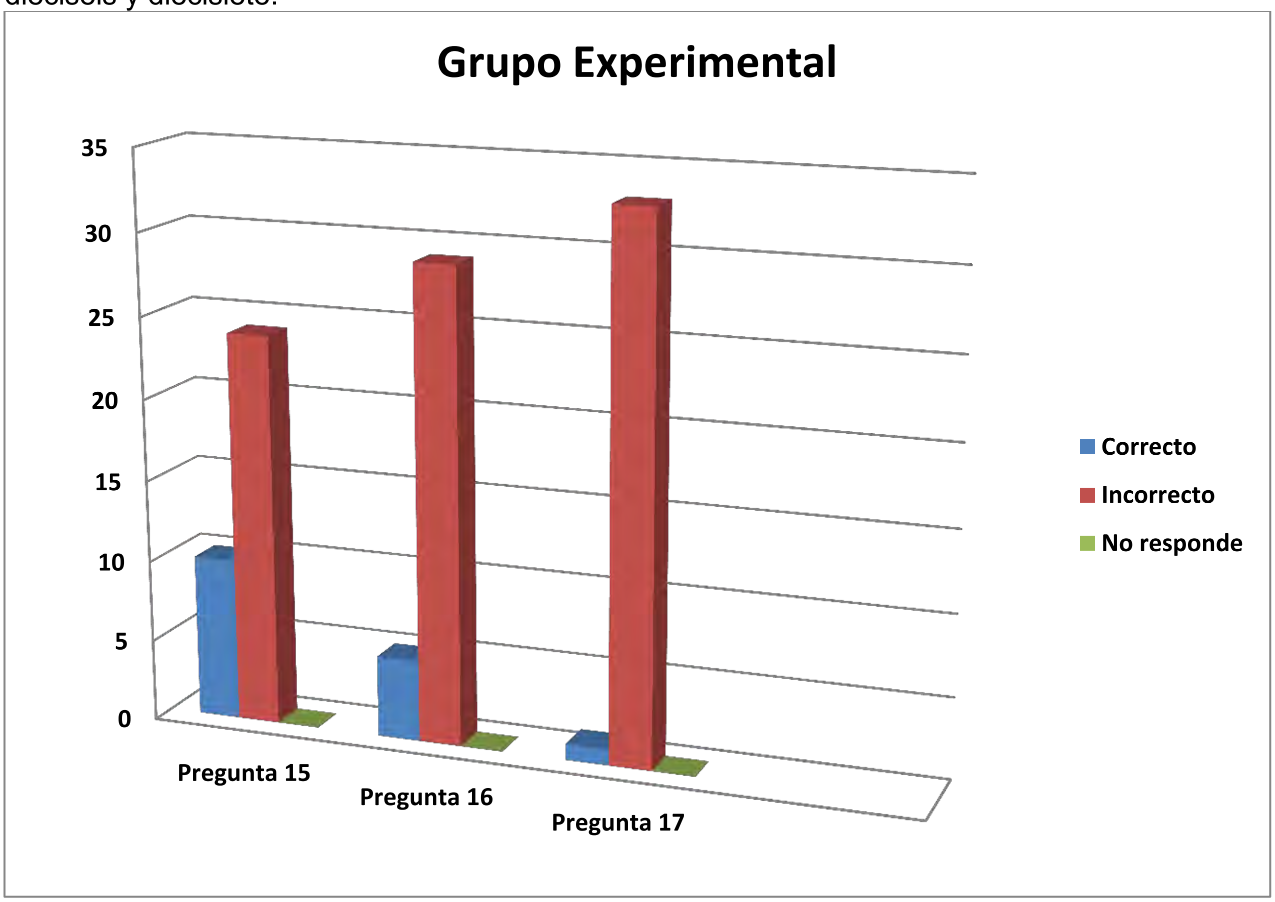
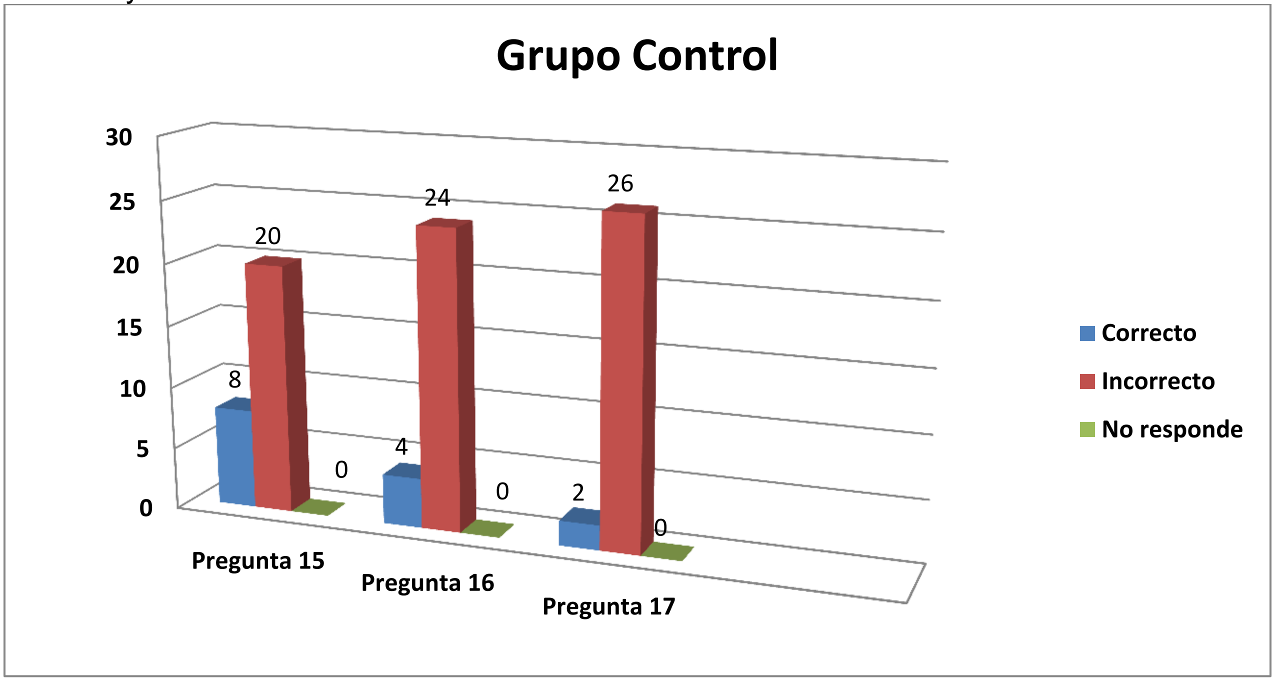


Figura 3-10.1: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas quince, dieciséis y diecisiete.



Un porcentaje de estudiantes no superior al 30%, muestran tener algún dominio conceptual de los conceptos correspondientes a magnitud, relaciones de proporcionalidad, perímetro, área y reglas de tres simple.

Los resultados en el pre-test evidencian que los dos grupos (control y experimental) no tienen mayor conocimiento de la temática evaluada. Los bajos porcentajes en las respuestas acertadas nos permiten garantizar que los grupos evaluados parten en igualdad de condiciones a la hora de iniciar el desarrollo de las temáticas de la propuesta de Investigación.

Por tanto unas posibles causas que podrían estar interviniendo negativamente en los aprendizajes de los estudiantes son las siguientes:

- En la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara, el paso de la aritmética al álgebra se hace una forma brusca y desligada entre sí, lo cual imposibilita al alumno visualizar la generalización de los conceptos aritméticos aprendidos en años anteriores.

- Las dificultades de los estudiantes en secundaria, en el paso de la aritmética al álgebra, se centran en la necesidad de manipular letras y dotar a esta actividad de significado, lo que supone un cambio notable en las convenciones usadas en la aritmética y el álgebra. Kieran (1989, 1992).

- La tendencia a entender el signo igual como indicador de resultado (sentido operacional) y no como relación entre dos cantidades (sentido relacional) (Knuth, Alibali, Mcneil, Weinberg, y Stephens, 2005).

- La dificultad para comprender el empleo de letras en la función de incógnita (Booth, 1984).
- La complejidad que supone transformar el enunciado del problema a ecuaciones. Este error se ha asociado a la sintaxis del enunciado (Clement, 1982; Clement, Lochhead y Soloway, 1979; Fisher, Borchert, y Bassok, 2011).
- La falta de apropiación por parte de los estudiantes, de cada una de las caracterizaciones de la variable, cuyo paso es importante para la comprensión de este concepto, se convierte en un obstáculo que además de generar deficiencias en el manejo de las expresiones algebraicas, también dificulta el aprendizaje de las matemáticas.

Estos pueden ser algunos de los factores que inciden en el aprendizaje del algebra. Por eso se espera que con este trabajo final, se ofrezca a los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara, una propuesta de enseñanza que facilite la comprensión de los conceptos básicos del algebra que son esenciales para el aprendizaje de las matemáticas.

3.3.3 Implementación de la propuesta didáctica.

La implementación de la propuesta didáctica se llevó a cabo en los siguientes momentos.

3.3.3.1 Primera actividad.

Objetivo: Diseñar y aplicar tres clases didácticas empleando fichas y dados algebraicos, para que, por medio del juego los estudiantes se motiven a manipular y comprender mejor el trabajo con las expresiones algebraicas básicas, buscando que identifiquen los patrones que permiten la generalización de expresiones matemáticas.

Con base en la propuesta didáctica dirigida a los estudiantes se elaboró una guía de trabajo. Los estudiantes hicieron de manera previa la lectura de conceptos básicos necesarios para la realización de la misma.

Con estas lecturas se pretendía ubicar en contexto la temática a desarrollar y que el grupo experimental evidenciara la pertinencia y la relevancia de los temas a desarrollar. Se socializaron los conceptos en forma de mesa redonda. Hubo gran participación de los estudiantes. La lectura y su socialización fue una actividad positiva.

Inicialmente la lectura se realizó de manera individual. Luego se organizaron grupo de tres (3) estudiantes y se procedió a la completación de la primera tabla, la cual fue diligencia con el lanzamiento nueve (veces) de dos dados algebraicos (previamente elaborados por el docente) y registrando los resultados obtenidos en la cara superior de cada uno. Posteriormente se llevaron a la sala de informática con el objetivo de ingresar a la página http://www.vitutor.com/ab/p/a_2e.html de tal manera que se reforzaran los conceptos trabajados, mediante la realización de la actividad allí propuesta. Una vez terminada la actividad anterior, se realizó una segunda lectura donde se expusieron nuevos conceptos que complementaron los ya vistos, se lanzaron nuevamente los dados algebraicos (catorce veces) y se completó la segunda tabla, que fue complementada con la realización de la actividad propuesta en la página web http://www.vitutor.com/ab/p/a_4e.html. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.

Los Productos fueron:

- Claridad en los conceptos: expresiones algebraicas, términos, variable, parte literal, clasificación de expresiones algebraicas, grado de un término y grado de un polinomio.
- Relatoría nutrida por todas las intervenciones por parte de los estudiantes y el docente.

3.3.3.2 Segunda actividad.

Objetivo: Evaluar el proceso de modelización matemática identificando las dificultades que presentan los estudiantes durante el trabajo del “paso” entre expresiones aritméticas y su generalización algebraica a través del stop algebraico.

Esta segunda actividad complementa la propuesta didáctica dirigida en la primera actividad.

Se organizaron grupo de tres (3) estudiantes y se entregó a cada uno, una hoja de trabajo llamada “stop algebraico”, al igual que las instrucciones del juego a realizar. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.

Los Productos fueron:

- Claridad en las instrucciones a seguir
- Motivación en los estudiantes al realizar la actividad propuesta.
- Se trabajó la auto-corrección de conceptos algebraicos.
- llenó las expectativas de los estudiantes y generó mayor interés por el tema.

3.3.3.3 Tercera actividad.

Objetivo: Evaluar el proceso de modelización matemática identificando las dificultades que presentan los estudiantes durante el trabajo del “paso” entre expresiones aritméticas y su generalización algebraica a través de cuestionarios diseñados.

Esta tercera actividad los estudiantes hicieron de manera previa la lectura de conceptos básicos necesarios para la realización de la misma.

Con estas lecturas se pretendía ubicar en contexto la temática a desarrollar y que el grupo experimental evidenciara la pertinencia y la relevancia de los temas a desarrollar. Se socializaron los conceptos en forma de mesa redonda. Hubo gran participación de los estudiantes. La lectura y su socialización fue una actividad positiva.

Inicialmente la lectura se realizó de manera individual. Luego se organizaron grupo de tres (3) estudiantes y se procedió a la completación de la primera tabla, la cual consistió en expresar en lenguaje matemático cada uno de los enunciados consignados en ella. Una vez socializadas las respuestas y correcciones en grupo, fue diligencia la segunda tabla, que consistió en que cada integrante debía pegar cada una de las fichas algebraicas entregadas previamente por el profesor, al frente del enunciado que consideraran correcto. Posteriormente se rotaron sus respuestas con los demás integrantes para su respectiva verificación y corrección. Esta tercera actividad fue complementada con la realización de la actividad propuesta en la página web http://www.vitutor.com/ab/p/a_1e.html. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.
Los Productos fueron:

- Motivación en los estudiantes al realizar la actividad propuesta.
- Se trabajó la auto-corrección de conceptos algebraicos.
- Transformación de enunciados al lenguaje matemático.

3.3.3.4 Cuarta actividad.

Objetivo: Evaluar el proceso de modelización matemática identificando las dificultades que presentan los estudiantes durante el trabajo del “paso” entre expresiones aritméticas y su generalización algebraica a través de cuestionarios diseñados.

Esta cuarta actividad los estudiantes hicieron de manera previa la lectura de conceptos básicos necesarios para la realización de la misma.

Se organizaron grupos de cuatro (4) estudiantes y se procedió a la reducción de expresiones algebraicas. Actividad que fue complementada con el cálculo del perímetro de varias figuras geométricas presentadas en la parte final de la guía. Posteriormente se rotaron las respuestas con los demás integrantes para su respectiva verificación y corrección. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas

posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.
Los Productos fueron:
- Claridad en los conceptos: términos semejantes, suma y/o resta de términos semejantes y perímetro de figuras geométricas.
- Se trabajó la auto-corrección de conceptos algebraicos.

3.3.3.5 Quinta actividad.

Objetivo: Evaluar el nivel de comprensión que tiene los estudiantes en el manejo de los términos semejantes de una expresión algebraica.

Esta quinta actividad complementa la propuesta didáctica dirigida en la cuarta actividad.

Se organizaron grupos de cuatro (4) estudiantes y se entregó a cada uno, una hoja de instrucciones y las fichas (previamente elaboradas por el docente) del juego a realizar llamado “dominó algebraico”. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.
Los Productos fueron:
- Claridad en las instrucciones a seguir
- Motivación en los estudiantes al realizar la actividad propuesta.
- Se trabajó la auto-corrección de conceptos algebraicos.
- llenó las expectativas de los estudiantes y generó mayor interés por el tema.
- se generó aprendizaje mediante el juego.

3.3.3.6 Sexta actividad.

Objetivo: Resolver algebraicamente problemas que involucren operaciones de multiplicación.

Esta sexta actividad los estudiantes hicieron de manera previa la lectura de conceptos básicos necesarios para la realización de la misma.

Con estas lecturas se pretendía ubicar en contexto la temática a desarrollar y que el grupo experimental evidenciara la pertinencia y la relevancia de los temas a desarrollar. Se socializaron los conceptos en forma de mesa redonda. Hubo gran participación de los estudiantes. La lectura y su socialización fue una actividad positiva.

Inicialmente la lectura se realizó de manera individual. Luego se organizaron grupos de cuatro (4) estudiantes y se procedió a la multiplicación de expresiones algebraicas. Actividad que fue complementada con la solución de siete (7) preguntas previamente seleccionas de las pruebas SABER presentadas al final de la guía. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.

Los Productos fueron:

- Claridad en los conceptos: multiplicación de expresiones algebraicas y resolución de problemas de aplicación.
- Se trabajó la auto-corrección de conceptos algebraicos.

3.3.3.7 Séptima actividad.

Objetivo: Aprender a despejar una variable de una ecuación.

Esta séptima actividad se inició con tres (3) preguntas orientadoras a los estudiantes que permitieron indagar conceptos previos sobre variables y despeje de ecuaciones lineales. Posteriormente hicieron una lectura de conceptos básicos necesarios para la realización de la misma.

Con estas lecturas se pretendía ubicar en contexto la temática a desarrollar y que el grupo experimental evidenciara la pertinencia y la relevancia de los temas a desarrollar. Se socializaron los conceptos en forma de mesa redonda. Hubo gran participación de los estudiantes. La lectura y su socialización fue una actividad positiva.

Inicialmente la lectura se realizó de manera individual. Luego se organizaron grupos de cuatro (4) estudiantes y se procedió a la resolución de un taller de despeje de números en una igualdad, presentadas al final de la guía. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.

Los Productos fueron:

- Claridad en los conceptos: variable, despeje de variables con suma y resta.
- Se trabajó la auto-corrección de conceptos algebraicos.

3.3.3.8 Octava actividad.

Objetivo: Aprender a despejar una variable de una ecuación.

Esta octava actividad complementa la actividad didáctica siete con el proceso de multiplicación y división para el despeje de variables y despeje de ecuaciones lineales.

Posteriormente hicieron una lectura de conceptos básicos necesarios para la realización de la misma.
Con estas lecturas se pretendía ubicar en contexto la temática a desarrollar y que el grupo experimental evidenciara la pertinencia y la relevancia de los temas a desarrollar. Se socializaron los conceptos en forma de mesa redonda. Hubo gran participación de los estudiantes. La lectura y su socialización fue una actividad positiva.

Inicialmente la lectura se realizó de manera individual. Luego se organizaron grupos de cuatro (4) estudiantes y se procedió a la resolución de un taller de despeje de números en una igualdad, presentadas al final de la guía. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.
Los Productos fueron:
- Claridad en los conceptos: variable, despeje de variables con multiplicación y división.
- Se trabajó la auto-corrección de conceptos algebraicos.

3.3.3.9 Novena actividad.

Objetivo: Aprender a despejar una variable de una ecuación.

Esta novena actividad complementa la actividad didáctica ocho y se inicia con una adivinanza para determinar el número pensado por un estudiante con la cual se pretendió mostrar una manera diferente de despejar una variable. Posteriormente hicieron una lectura de conceptos básicos necesarios para la realización de la misma.

Con estas lecturas se pretendía ubicar en contexto la temática a desarrollar y que el grupo experimental evidenciara la pertinencia y la relevancia de los temas a desarrollar. Se socializaron los conceptos en forma de mesa redonda. Hubo gran participación de los estudiantes. La lectura y su socialización fue una actividad positiva.

Inicialmente la lectura se realizó de manera individual. Luego se organizaron grupos de cuatro (4) estudiantes y se procedió a la elaboración de la tabla uno la cual se diligenció lanzando dos dados algebraicos y registrando el resultado obtenido en la cara superior de cada uno. Después se propuso el despeje de cada una de las variables presentadas en las ecuaciones formadas en la tabla uno. Como última actividad se pidió la resolución de tres problemas de aplicación. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.
Los Productos fueron:

- Claridad en los conceptos: despeje de ecuaciones lineales.
- Se trabajó la auto-corrección de conceptos algebraicos.

3.3.3.10 Décima actividad.

Objetivo: Aprender a despejar una variable de una ecuación.

Esta décima actividad complementa la actividad didáctica nueve y se inicia con el repaso de algunos conceptos y propiedades básicas de la radicación. Posteriormente hicieron una lectura de conceptos básicos necesarios para la realización de la misma.

Con estas lecturas se pretendía ubicar en contexto la temática a desarrollar y que el grupo experimental evidenciara la pertinencia y la relevancia de los temas a desarrollar. Se socializaron los conceptos en forma de mesa redonda. Hubo gran participación de los estudiantes. La lectura y su socialización fue una actividad positiva.

Inicialmente la lectura se realizó de manera individual. Luego se organizaron grupos de cuatro (4) estudiantes y se procedió a la resolución del taller de despeje de un número en una igualdad con radicales, propuesto al final de la guía de trabajo. Finalmente se hizo una plenaria con todo el grupo liderada por el docente para escuchar las diversas posiciones de los estudiantes y hacer concertación y aclaramiento de dudas.
Los Productos fueron:

- Claridad en los conceptos: despeje de variables con radicales.
- Se trabajó la auto-corrección de conceptos algebraicos.

Las guías de estas diez (10) actividades se adjuntan en los anexos.

Aplicación del Pos-test en grupo Control y Experimental

La aplicación del Pos-test se realizó el día 21 de octubre con los grupos experimental y control respectivamente. El tiempo programado para la actividad fue de 120 minutos. Comparando el comportamiento de los estudiantes frente al pre-test y pos test es importante señalar que se presentó una actitud distinta. En el pos-test los dos grupos ya tenían insumos para desarrollar las preguntas del cuestionario.

Ahora bien, comparando ya los grupos como tal en el pos-test también hay diferencias marcadas. Las cuales se pueden observar en los resultados del pos-test:

Al revisar y analizar las respuestas obtenidas en el pos-test aplicado al grupo experimental y al grupo control, se observan en los estudiantes los siguientes resultados:

Pregunta 1. Está conformado por una pregunta de "SI" o "NO" a través de las cual se le pide a los estudiantes manifestar su agrado por la matemática.

Preguntas 2 y 3. Están conformados por preguntas de "SI" o "NO" a través de las cuales se les pide a los estudiantes manifestar su acercamiento con el álgebra.

El objetivo de estos tres puntos es identificar el grado de afinidad que los estudiantes tienen con la matemática y con el álgebra.

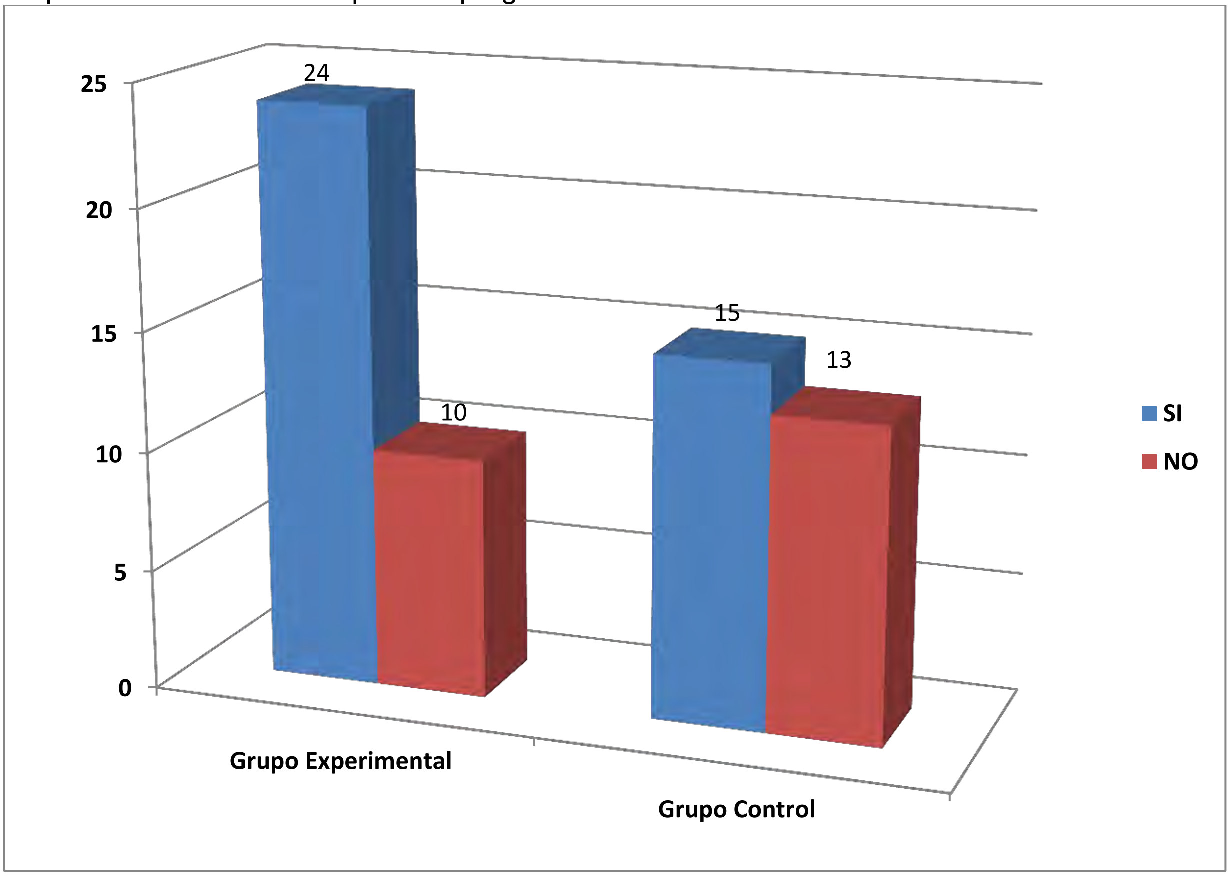
Tabla 3-11: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la primera pregunta.

Grupo Experimental		
Pregunta	**SI**	**NO**
1	**24**	**10**
Porcentaje	**71%**	**29%**

Tabla 3-11.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la primera pregunta.

Grupo Control		
Pregunta	**SI**	**NO**
1	**15**	**13**
Porcentaje	**54%**	**46%**

Figura 3-11: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la primera pregunta.



De acuerdo con los resultados anteriores se puede observar que existe un significativo aumento en los estudiantes a los que les gusta la matemática en el grupo experimental, mientras que en el grupo de control hubo una pequeña disminución, en comparación con los resultados del pre-test. Esto lleva a pensar que los estudiantes muestran un agrado por la matemática de acuerdo a la forma como el docente se la presente y la trabajen en clase.

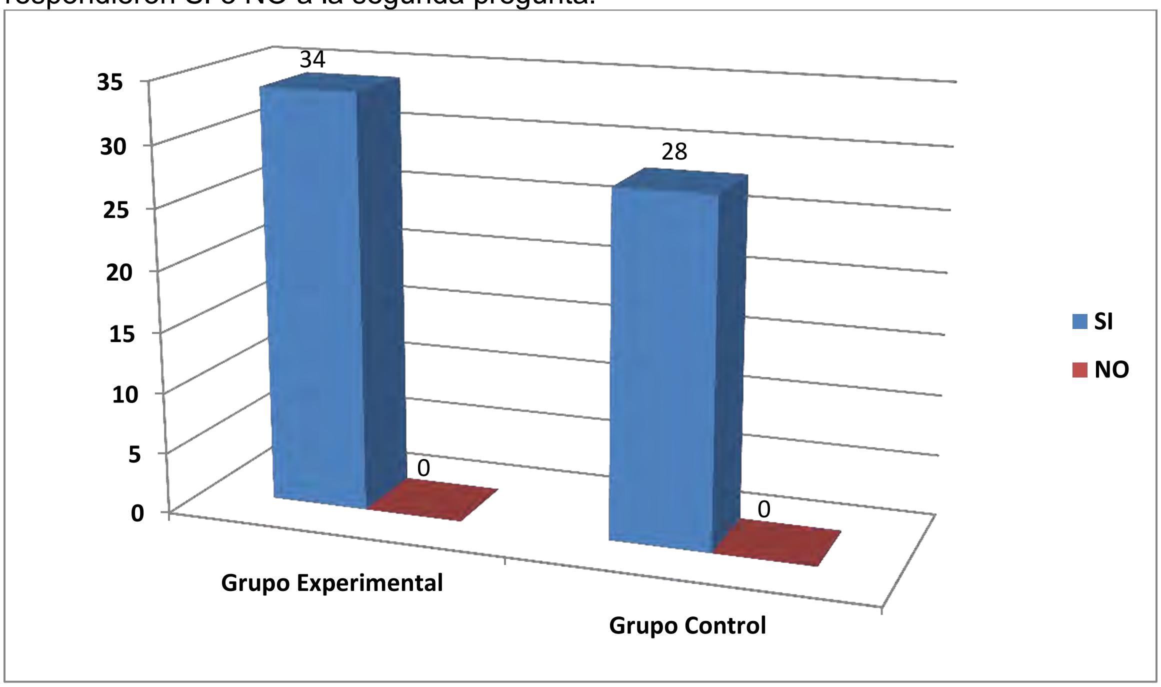
Tabla 3-12: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la segunda pregunta.

Grupo Experimental		
Pregunta	**SI**	**NO**
2	**34**	**0**
Porcentaje	**100%**	**0%**

Tabla 3-12.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la segunda pregunta.

Grupo Control		
Pregunta	**SI**	**NO**
2	**28**	**0**
Porcentaje	**100%**	**0%**

Figura 3-12: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la segunda pregunta.



De acuerdo con los resultados anteriores se puede observar que todos los estudiantes están familiarizados con el álgebra. Lo cual confirma los resultados del pre-test.

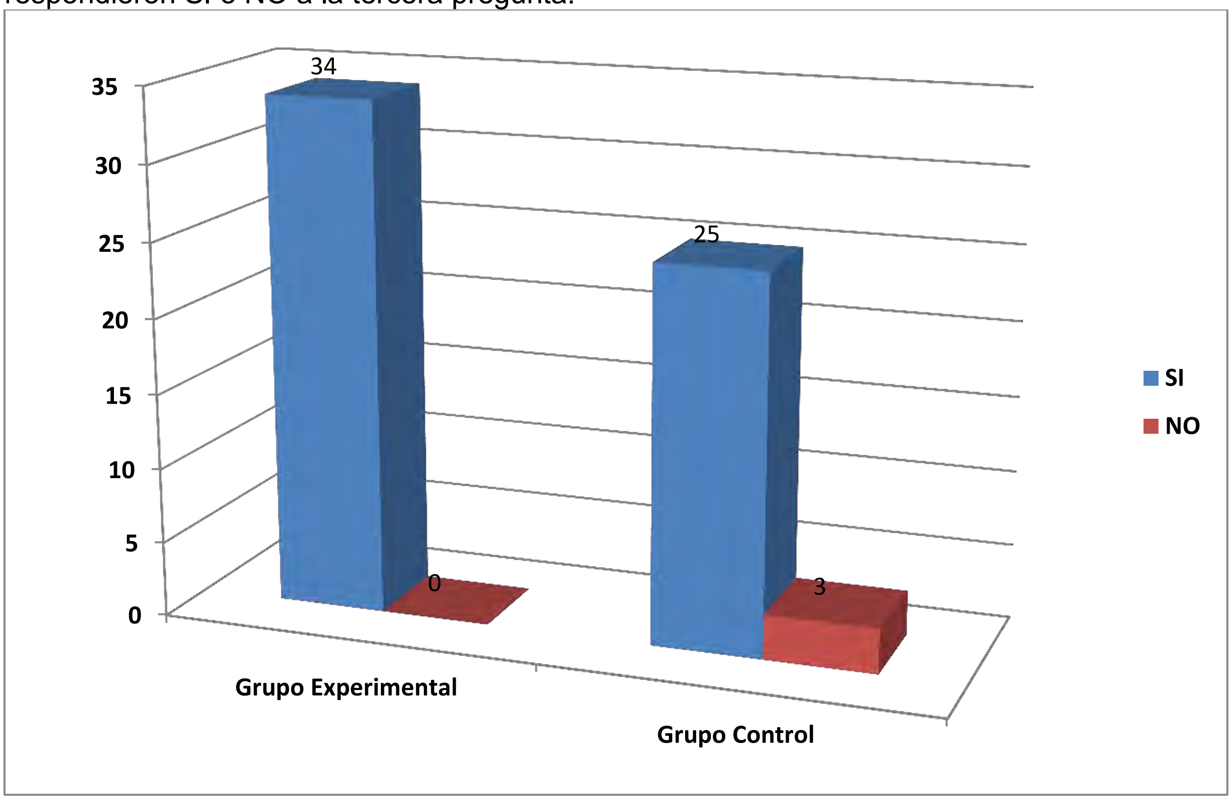
Tabla 3-13: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la tercera pregunta.

Grupo Experimental		
Pregunta	**SI**	**NO**
3	**34**	**0**
Porcentaje	**100%**	**0%**

Tabla 3-13.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la tercera pregunta.

Grupo Control		
Pregunta	**SI**	**NO**
3	**25**	**3**
Porcentaje	**89%**	**11%**

Figura 3-13: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron SI o NO a la tercera pregunta.



De acuerdo con los resultados anteriores se puede observar que los estudiantes del grupo control ya tienen un concepto más claro sobre lo que es el álgebra, mientras que en el grupo control todavía hay dudas sobre la claridad del concepto.

Preguntas 4 y 5. Apuntan a evaluar el manejo y el conocimiento que tienen los estudiantes del concepto de razón y proporción. En cada uno de estos puntos se les pide a los estudiantes interpretar y escribir en la expresión que representa según el enunciado.

Tabla 3-14: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas cuatro y cinco.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
4	**25**	**9**	**0**
5	**28**	**6**	**0**

Tabla 3-14.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas cuatro y cinco.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
4	**13**	**15**	**0**
5	**19**	**9**	**0**

Figura 3-14: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas cuatro y cinco.

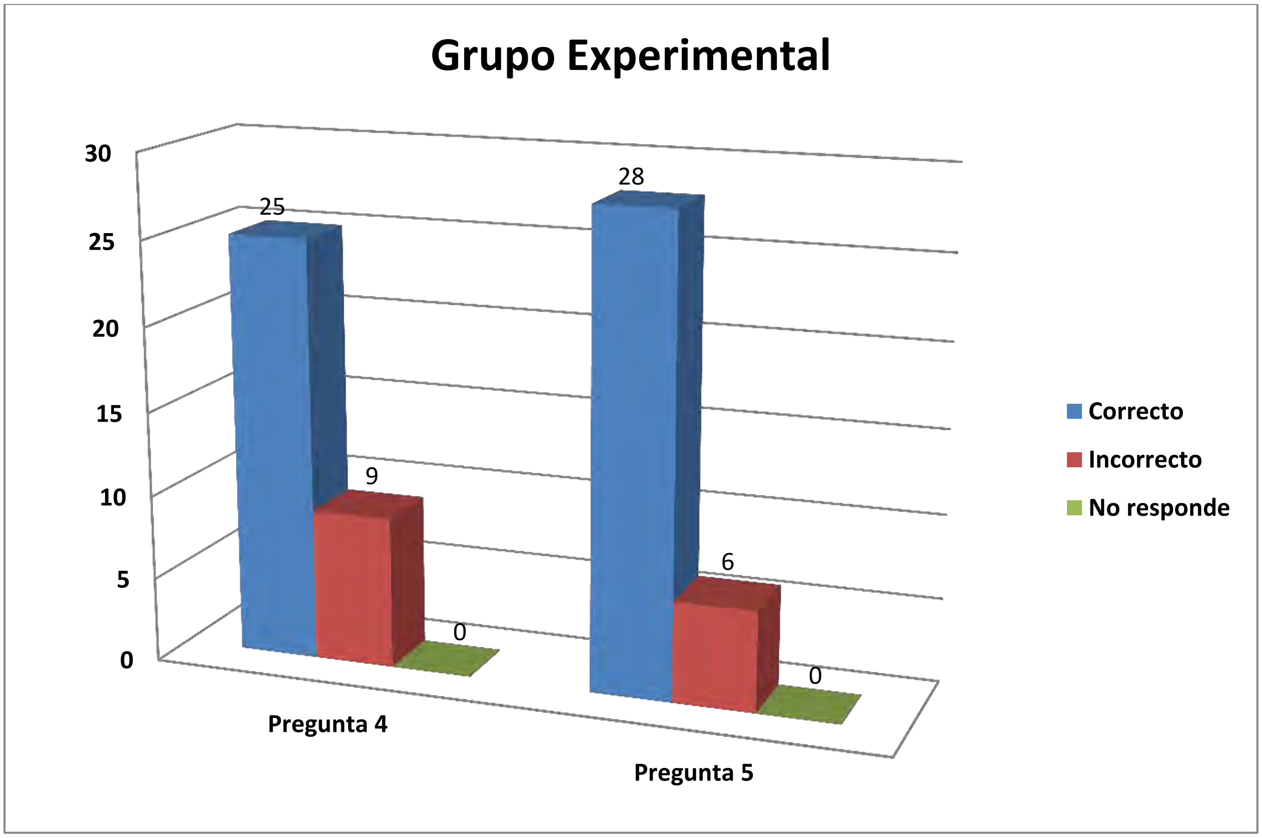
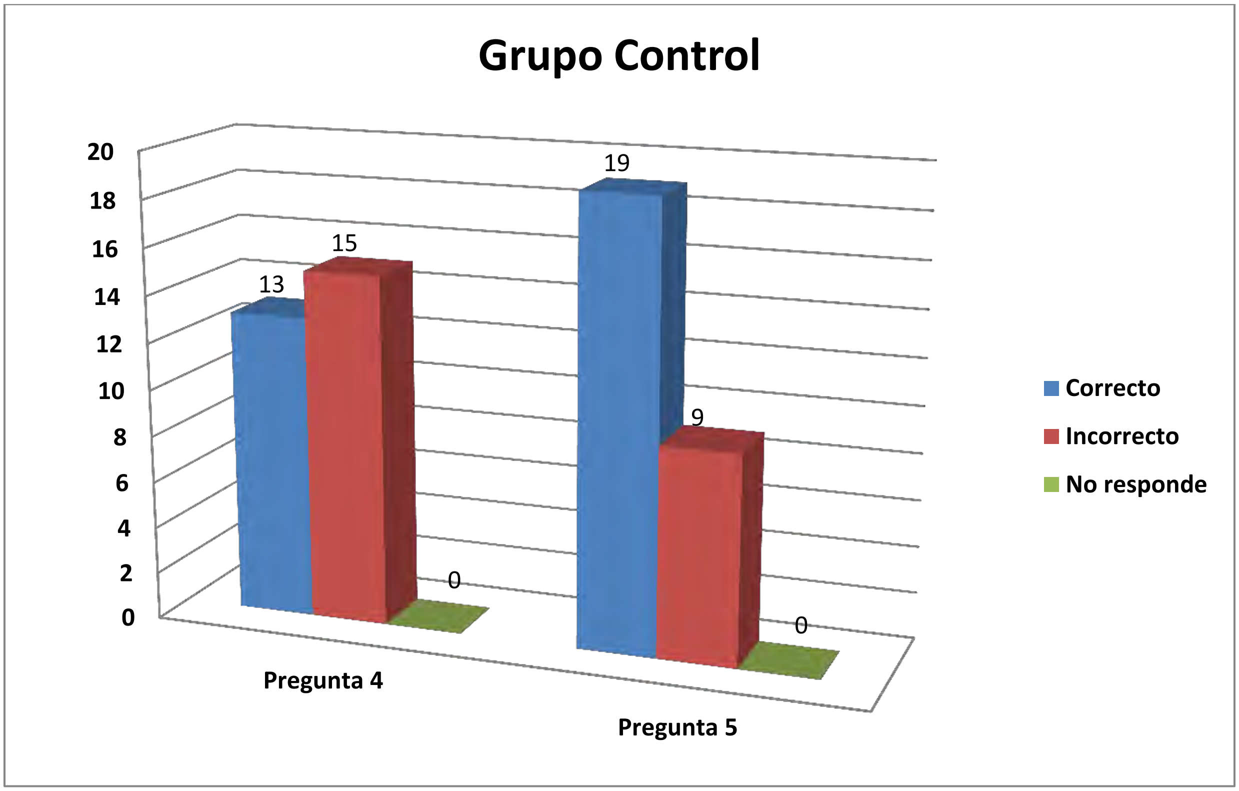


Figura 3-14.1: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas cuatro y cinco.



De acuerdo con los resultados anteriores se puede identificar en el grupo experimental un significativo mejoramiento en la resolución de problemas que involucran conceptos de proporcionalidad y razón. Con relación al grupo control se observa una mejoría muy leve en la resolución de este tipo de problemas.

Pregunta 6. Con esta pregunta se pretende evaluar el manejo y el conocimiento que tienen los estudiantes del concepto de variable o incógnita como número general. En este punto se les pide a los estudiantes escribir o encontrar un valor que cumpla la condición de igualdad.

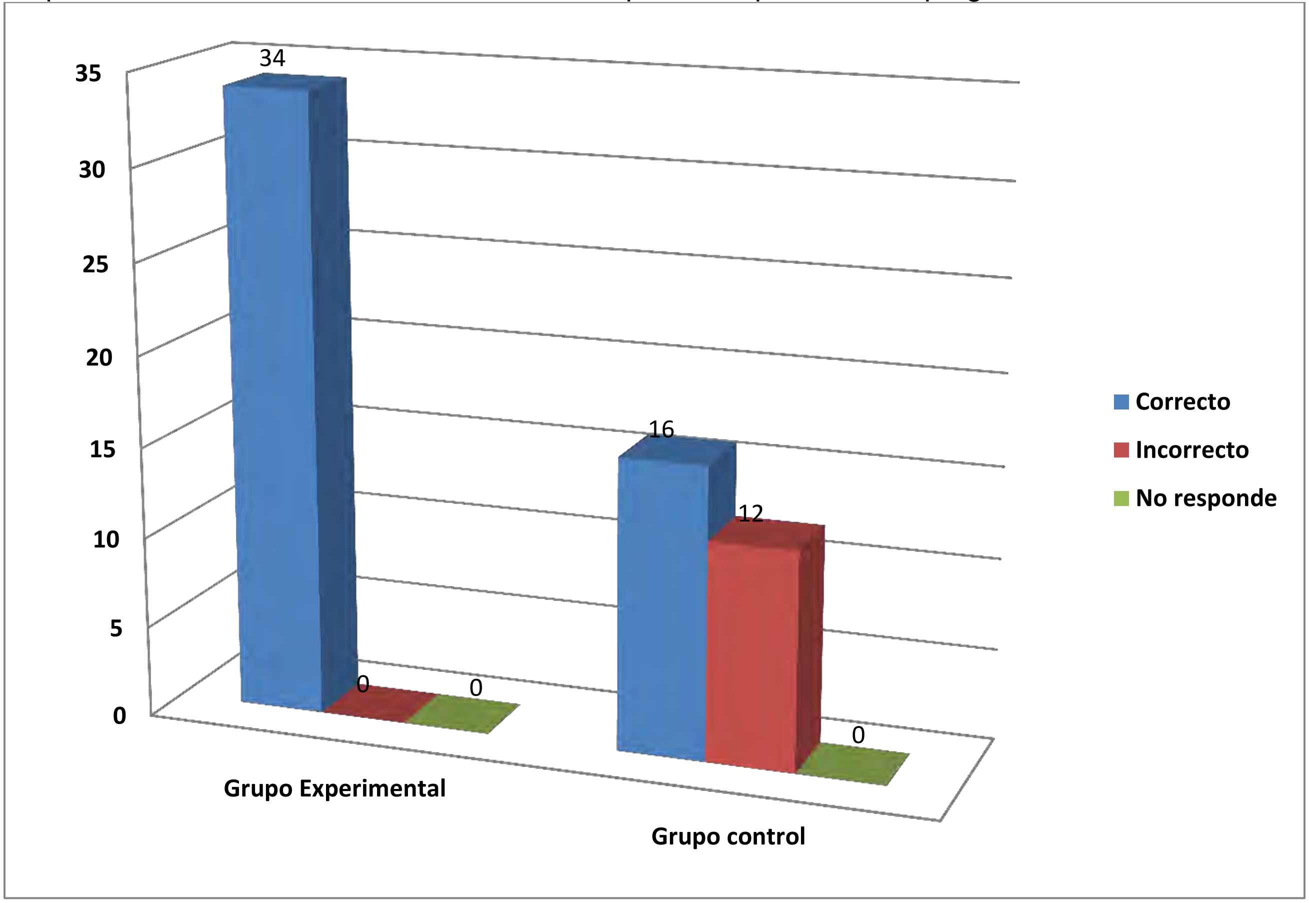
Tabla 3-15: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta seis.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
6	**34**	**0**	**0**
Porcentaje	**100%**	**0%**	**0**

Tabla 3-15.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta seis.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
6	**16**	**12**	**0**
Porcentaje	**57%**	**63%**	**0**

Figura 3-15: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta seis.



Al analizar la comprensión, que tienen los estudiantes al escribir o encontrar el valor que hace verdadera una igualdad. Se pudo determinar que el grupo experimental tiene total claridad sobre el proceso que se debe realizar ya que el 100% de los estudiantes respondieron de forma correcta a la pregunta seis. En el grupo control se observa que la mayoría tiene claro el proceso pero aun así existe un alto porcentaje del 43% que no tienen claro este proceso.

Pregunta 7. Esta pregunta busca evaluar las habilidades de los estudiantes para construir expresiones algebraicas.

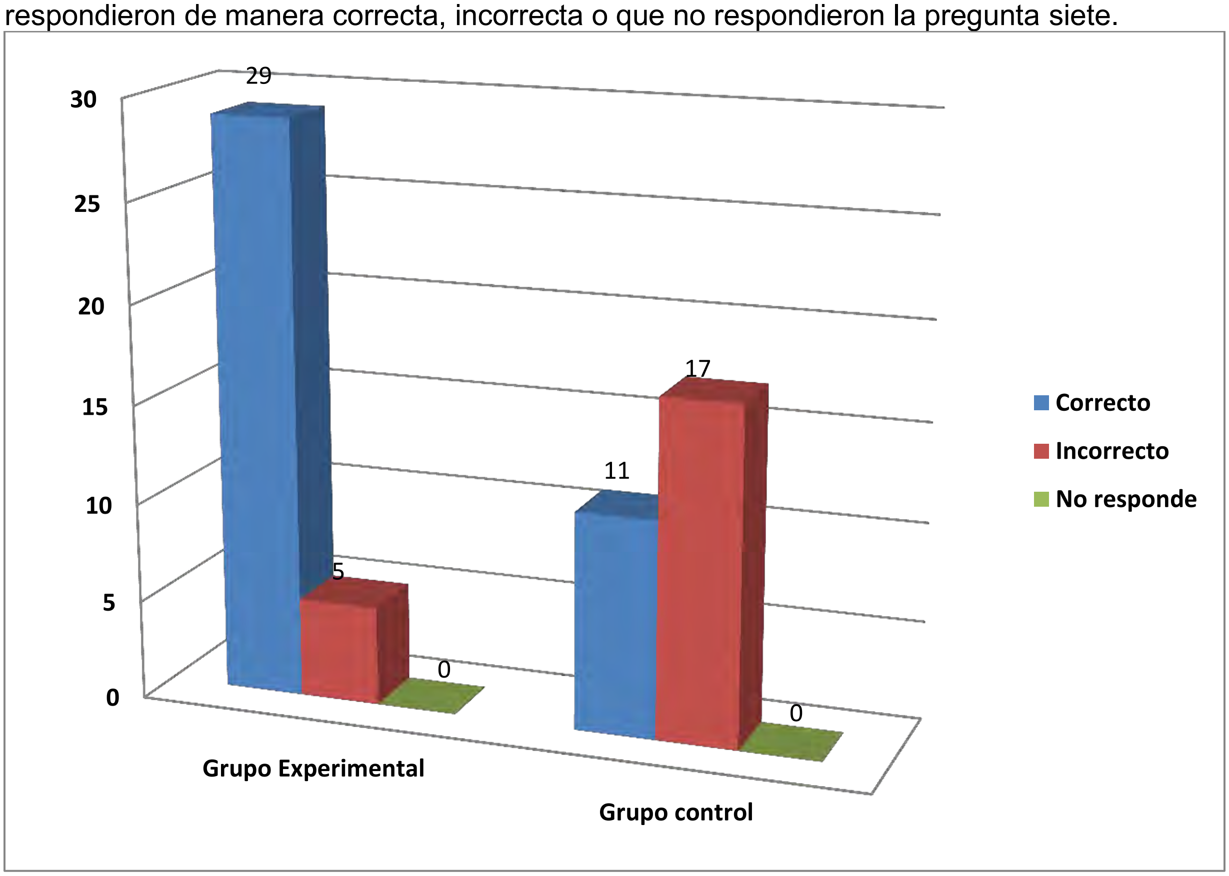
Tabla 3-16: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta siete.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
7	**29**	**5**	**0**
Porcentaje	**85%**	**15%**	**0**

Tabla 3-16.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta siete.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
7	**11**	**17**	**0**
Porcentaje	**39%**	**61%**	**0**

Figura 3-16: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta siete.



Teniendo en cuenta los resultados obtenidos se observa que el 85% de los estudiantes del grupo experimental y el 39% de los estudiantes del grupo control representan una situación de manera simbólica a través del lenguaje algebraico lo cual se evidencia en la solución de la pregunta siete, cuyas respuestas muestran generalizaciones apropiadas y son acordes al nivel requerido.

Preguntas 8, 9, 10 y 11. Pretenden evaluar el manejo y el conocimiento que tienen los estudiantes del concepto de variable como relación funcional, la elaboración de secuencias y la generalización de una situación problema.

Tabla 3-17: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas ocho, nueve, diez y once.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
8	**24**	**10**	**0**
9	**18**	**16**	**0**
10	**18**	**16**	**0**
11	**18**	**16**	**0**

Tabla 3-17.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas ocho, nueve, diez y once.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
8	**11**	**17**	**0**
9	**7**	**21**	**0**
10	**5**	**22**	**1**
11	**4**	**23**	**1**

Figura 3-17: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas ocho, nueve, diez y once.

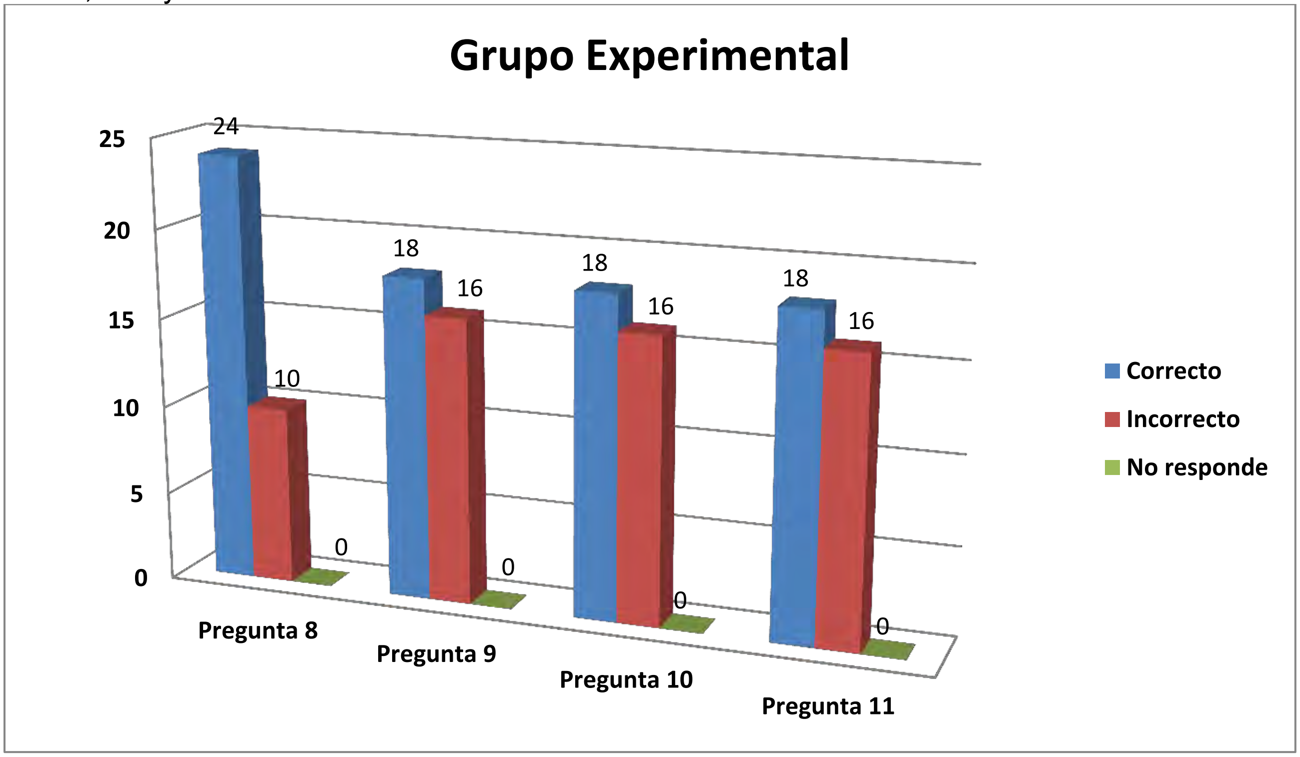
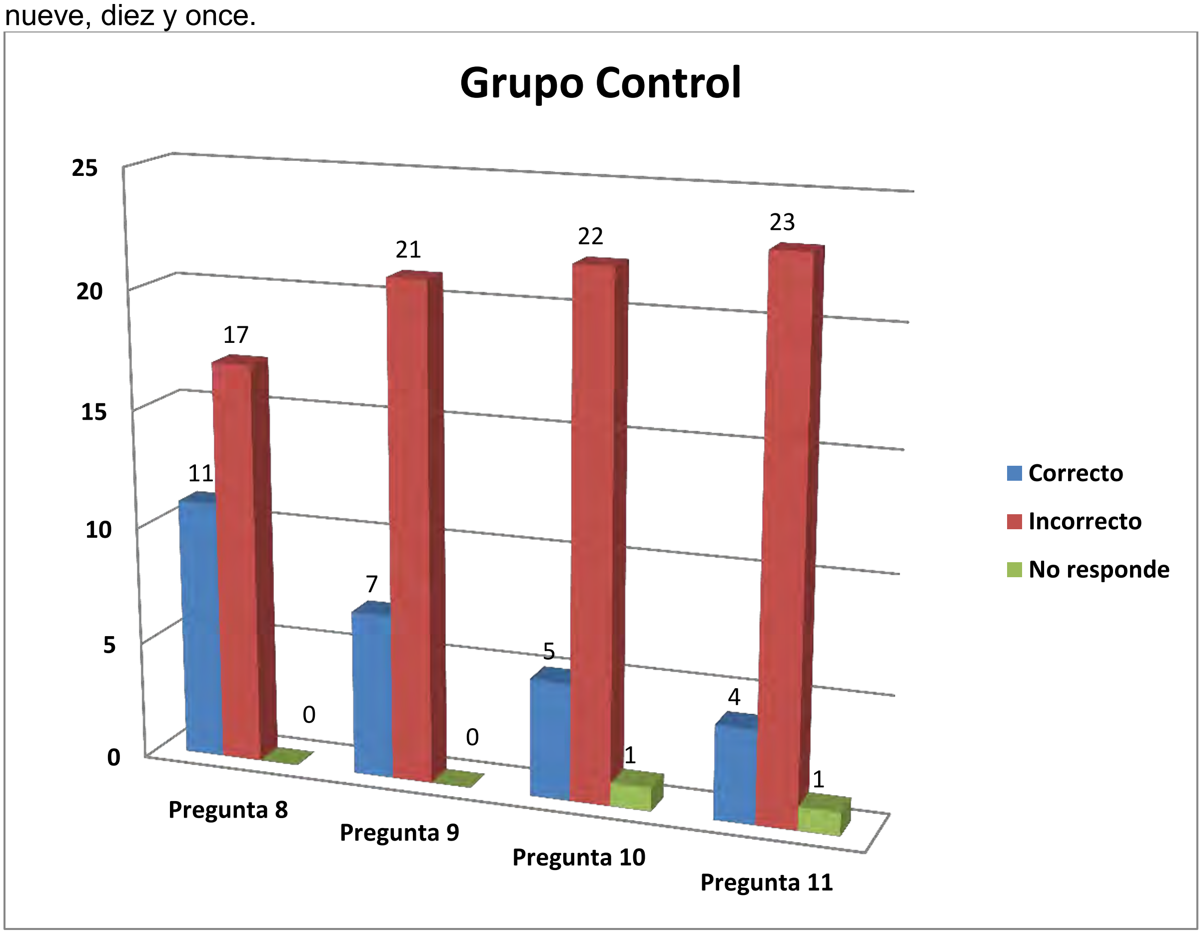


Figura 3-17.1: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas ocho, nueve, diez y once.



Se evidencian mejorías en la solución de las preguntas 8, 9 10 y 11, en cuyos casos hubo un incremento aproximado del 41% de los estudiantes del grupo experimental que respondieron acertadamente las preguntas 8 y 9, y un 53% en el caso de las preguntas 10 y 11. En comparación a los resultados obtenidos en el pre-test. Con relación al grupo control el incremento fue del 11% aproximadamente en las preguntas 8 y 9, y del 14% para las preguntas 10 y 11. De esta manera se observa una disminución significativa para el caso del grupo experimental, en la dificultad para reconocer un patrón de secuencia como una relación funcional, aplicando estrategias y procedimientos apropiados para dar respuesta a los problemas planteados, alcanzando una comprensión correcta de las razones por las que se establecen dichos procedimientos. De igual manera revelan la posibilidad de establecer una relación matemática adecuada.

Preguntas 12 y 13. Estas dos preguntas están diseñadas para indagar el manejo que tienen los estudiantes de grado octavo de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, sobre algunos conocimientos previos necesarios para una apropiación adecuada de los conceptos algebraicos.

Tabla 3-18: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas doce y trece.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
12	**24**	**10**	**0**
13	**22**	**12**	**0**

Tabla 3-18.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas doce y trece.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
12	**14**	**14**	**0**
13	**11**	**17**	**0**

Figura 3-18: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas doce y trece.

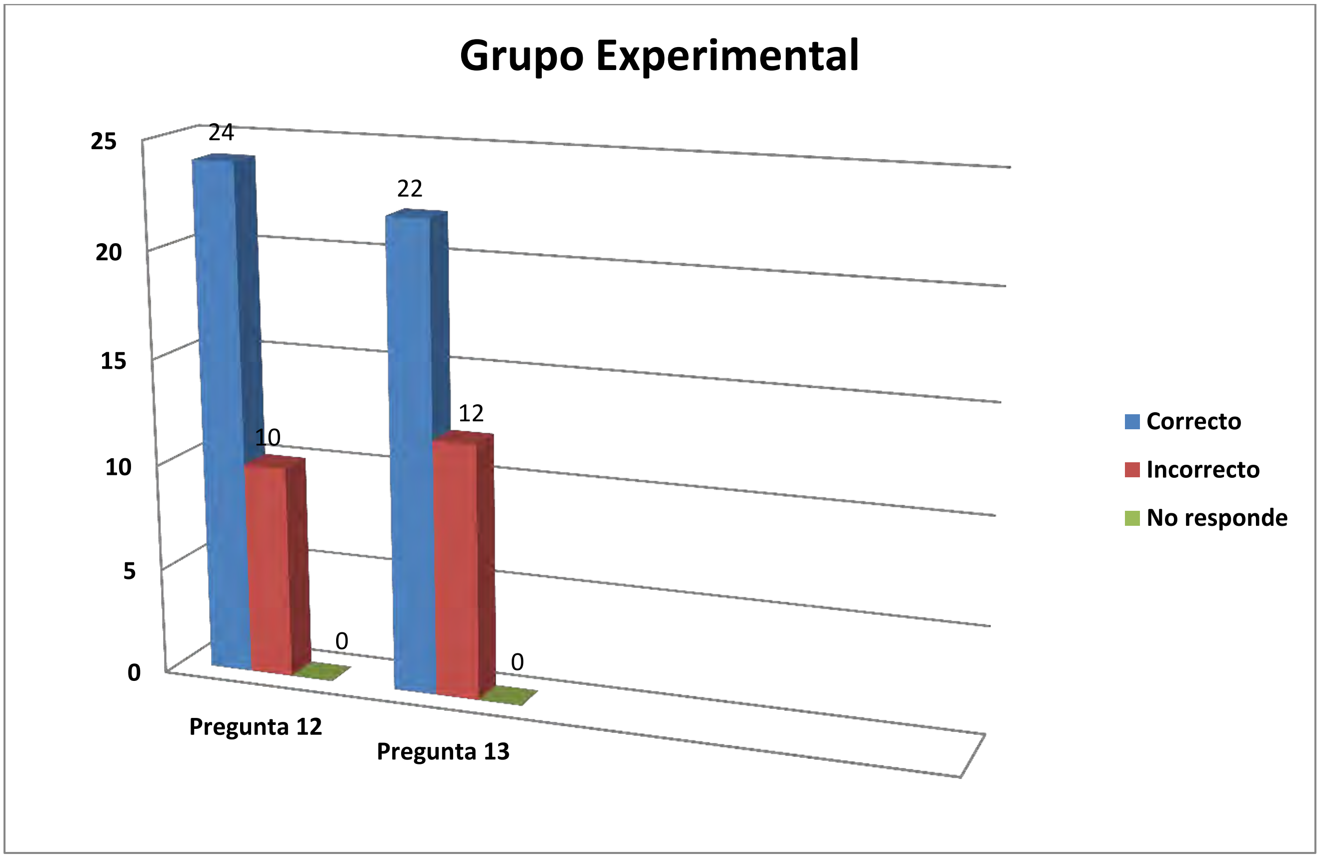
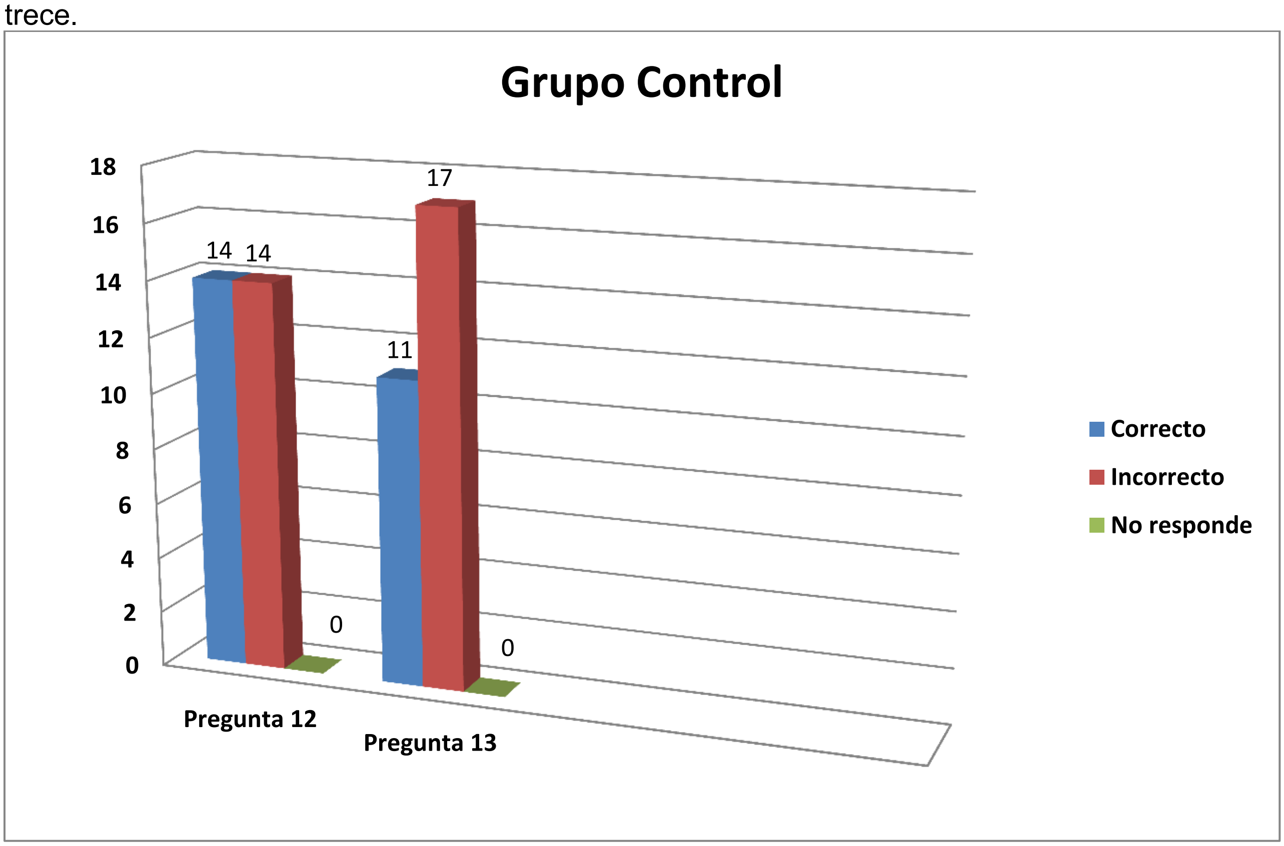


Figura 3-18.1: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas doce y trece.



Se observa en los dos grupos que los porcentajes de acierto mejoraron registrando un 65% aproximadamente, para el grupo experimental y un 39% aproximado para el caso del grupo control. Lo cual evidencia una disminución en las falencias de los conocimientos básicos que poseen los estudiantes.

Pregunta 14. Esta pregunta busca evaluar la comprensión y el manejo del concepto de variable.

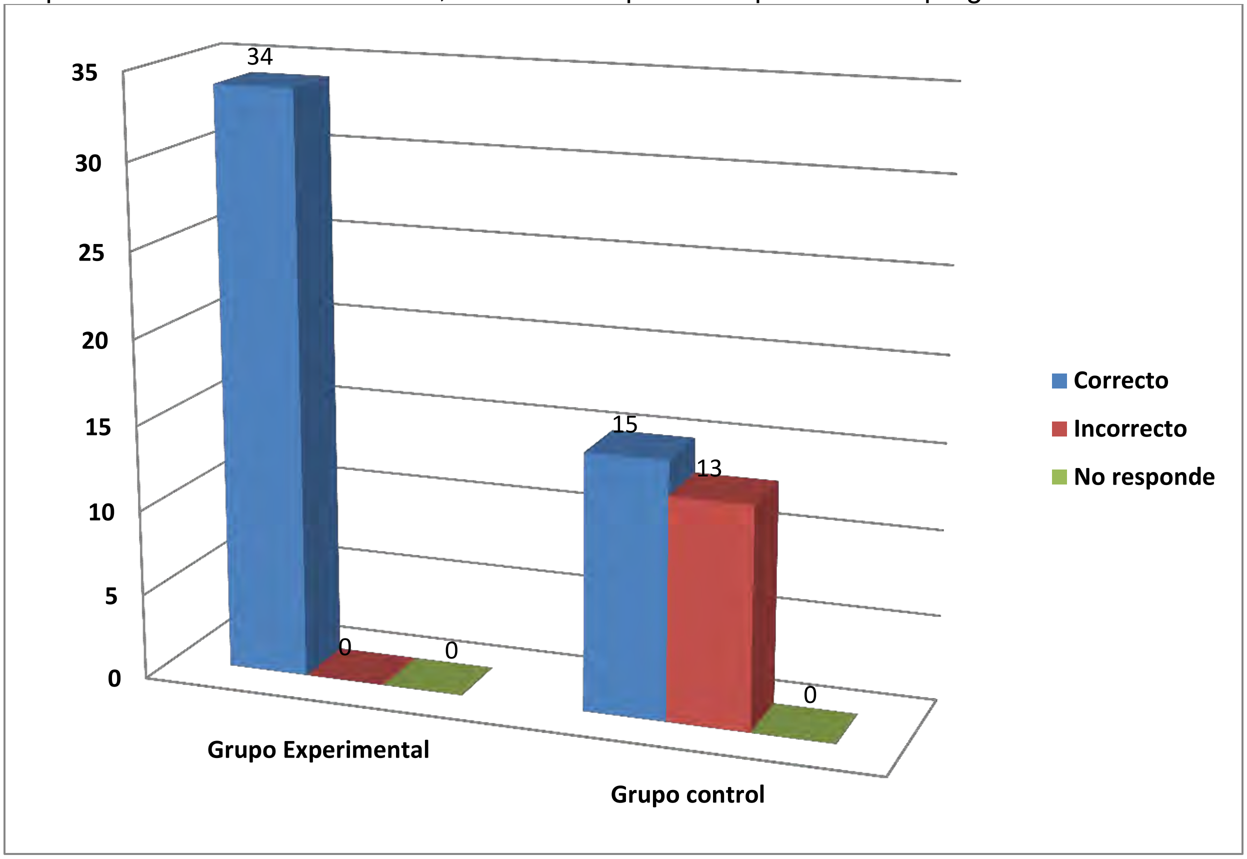
Tabla 3-19: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta catorce.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
14	**34**	**0**	**0**
Porcentaje	**100%**	**0%**	**0%**

Tabla 3-19.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta catorce.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
14	**15**	**13**	**0**
Porcentaje	**54%**	**46%**	**0%**

Figura 3-19: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron la pregunta catorce.



Teniendo en cuenta los resultados obtenidos se observa que más del 100% de los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara correspondientes al grupo experimental identifican e interpretación una variable. Lo cual se evidencia al ver la solución dada a la pregunta catorce. Con relación al grupo control 54% logran identificarla.

Preguntas 15, 16 y 17. Fueron diseñados con el fin de analizar la manera de resolver problemas donde se aplican conceptos de magnitud, relaciones de proporcionalidad, perímetro, áreas y regla de tres simple.

Tabla 3-20: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas quince, dieciséis y diecisiete.

Grupo Experimental			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
15	**25**	**9**	**0**
16	**22**	**12**	**0**
17	**20**	**14**	**0**

Tabla 3-20.1: Número de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas quince, dieciséis y diecisiete.

Grupo Control			
Pregunta	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
15	**12**	**16**	**0**
16	**8**	**20**	**0**
17	**7**	**21**	**0**

Figura 3-20: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas quince, dieciséis y diecisiete.

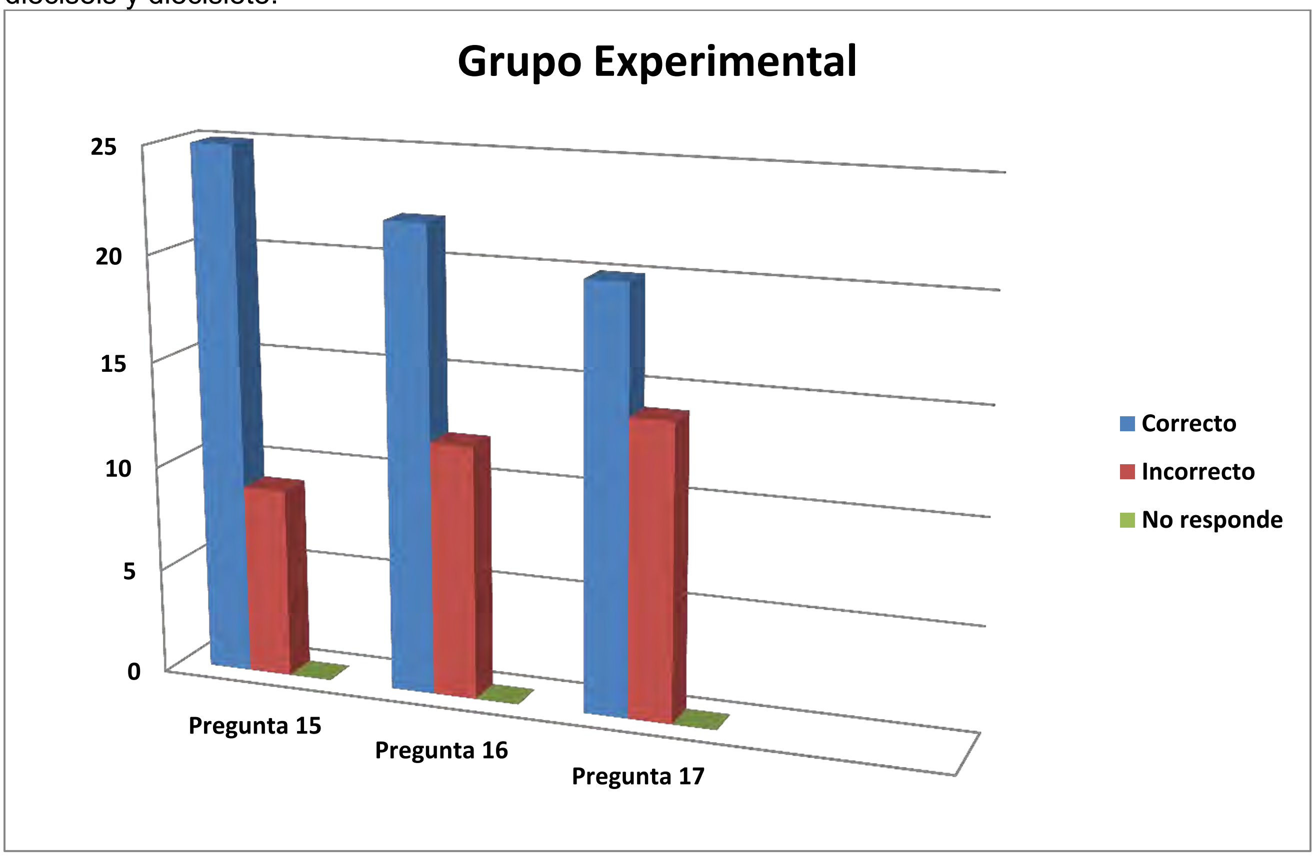
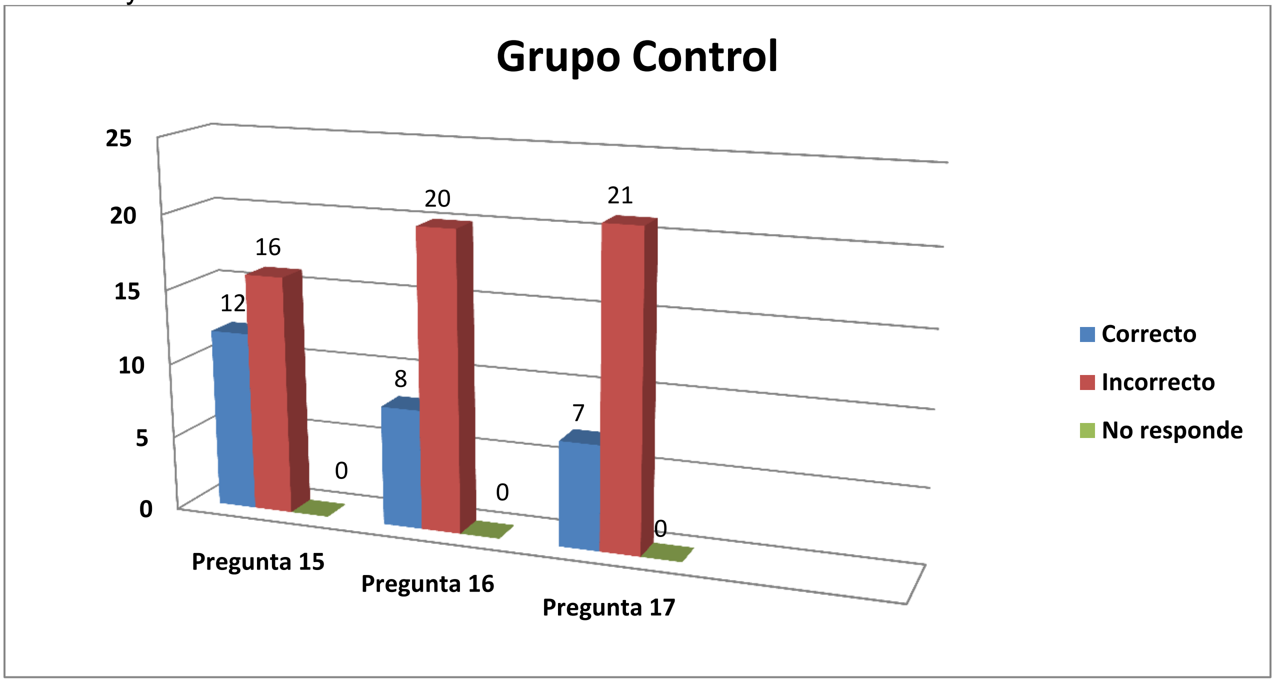


Figura 3-20.1: Porcentaje de estudiantes del grado 8º de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, que respondieron de manera correcta, incorrecta o que no respondieron las preguntas quince, dieciséis y diecisiete.



La mayoría de los estudiantes del grupo experimental, muestran tener algún dominio conceptual de los conceptos correspondientes a magnitud, relaciones de proporcionalidad, perímetro, área y reglas de tres simple. Mientras que el grupo control no supera el 43%.

Los resultados en el pos-test evidencian comportamientos bien marcados en cada pregunta entre el grupo control y el grupo experimental. Mostrando que la experiencia fue significativa para el grupo experimental, el estudiante parte de sus saberes previos, de sus vivencias, de elementos adquiridos en la secuencia didáctica aplicada y de esta manera da solución a una serie de actividades y problemas planteados.

3.3.4 Evaluación

Con el objetivo de lograr una evaluación permanente que este siempre presente a lo largo del desarrollo de las diferentes situaciones problema, se han diseñado unos instrumentos que permitirán hacer un acompañamiento continuo y que servirán para evidenciar avances y/o dificultades a la vez que serán fundamentales para modificar o proponer nuevas formas de intervención a fin de lograr un aprendizaje significativo en todos los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara.

Para ello se plantea tener en cuenta los siguientes tipos de evaluación, propuestos por el MEN, en los lineamientos curriculares de matemáticas.

- **Evaluación diagnostica:** Instrumento que permite evaluar los saberes previos de los estudiantes, sus fortalezas y debilidades.

- **Evaluación formativa:** Es la que se hace durante la realización de todas las situaciones problemas, es decir durante todo el proceso.

- **Autoevaluación:** Se propone al finalizar cada situación problema. Se constituye en un espacio de socialización de aprendizajes por parte de los estudiantes y de retroalimentación de aciertos y desaciertos a la vez que se identifican fortalezas y debilidades.

- **Coevaluacion:** Es realizada en común acuerdo entre docente y estudiantes en los momentos de socialización propuestos. Espacio en el que se evaluara conjuntamente los aprendizajes, dificultades y actividades.

- **Hetero evaluación:** Al finalizar cada actividad el docente la realiza para los estudiantes, haciendo referencia a las fortalezas y aspectos en los que se debe mejorar según lo observado durante el proceso de desarrollo de lo propuesto.

- **Evaluación Final:** Es la última actividad llamada “Finalizando la experiencia”. Esta se diseñó con el objetivo de conocer el estado final del estudiante, después de haber realizado toda una serie de actividades y su sentir frente a la experiencia

4. Conclusiones y recomendaciones

4.1 Conclusiones

- Con la aplicación de esta propuesta, se consiguió, que los estudiantes de grado octavo de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, se motivaran con cada una de las actividades desarrolladas, logrando fortalecer, en cada uno de ellos los procesos de interpretación, modelación y manejo de las expresiones algebraicas de una manera más significativa.

- Los alumnos de grado octavo de I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, aumentaron sus expectativas de aprendizaje y se mostraron inquietos por desarrollar cada una de las actividades propuestas en este trabajo, minimizando la apatía, el miedo y el desinterés por el aprendizaje del álgebra.

- Este trabajo, permitió la construcción de una nueva herramienta, valiosa para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos básicos del álgebra.

- Se pudo observar que la mayoría de los estudiantes de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara de grado octavo, llegan a la educación básica secundaria con carencias de buenos hábitos de estudio y de lectura, generando serias dificultades de aprendizaje en ellos.

- Nuestra labor docente se ve gratamente recompensada cuando logramos despertar en nuestros estudiantes el deseo por mejorar sus aprendizajes, motivados por las estrategias y materiales preparados y diseñados para ellos, alcanzándose así los objetivos de enseñanza propuestos para la clase.

- Es necesario que los profesores que enseñamos álgebra, además de poseer un buen dominio de los temas, desarrollemos un conocimiento epistemológico o didáctico. Esto es, un saber acerca de los conocimientos que ponen en juego los alumnos, un saber acerca de los obstáculos y errores que enfrentan los alumnos, y un saber nuestro acerca de los aspectos del conocimiento disciplinario que afectan la gestión de clase.

- Los estudiantes de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara, llegan a cursar el grado octavo, sin conocimientos elaborados (esto lo evidencia los resultados del Pre-Test). Las propuestas académicas se desarrollan a partir de la estrategia que utiliza cada docente. Se evidencia que al implementar estrategias tradicionales con el grado, estas no arrojan buenos indicadores de respuesta. Sin embargo las estrategias de contextualizar los temas, partir de los conocimientos previos (preconceptos), revisar aplicaciones reales de la problemática y el uso de las Tic, entre otros, producen resultados positivos en los aprendizajes.

- En los procesos de enseñanza-aprendizaje, el papel que cumplimos los maestros es fundamental, pues somos los que guiamos a los estudiantes hacia el encuentro con el conocimiento. Por tanto, es muy importante que tengamos en cuenta las estrategias a desarrollar en clase, debemos repensar nuestro roll de docentes, es vital no solo preparar los contenidos a construir sino planear la forma, como vamos a construir esos elementos. Nuestros procesos pedagógicos no pueden ser estáticos ni aislados, por el contrario deben vivir en permanente renovación y revisión.

4.2 Recomendaciones

- Se considera necesaria la elaboración de una secuencia didáctica dirigida a ofrecer a los estudiantes situaciones problema donde no sólo puedan reconocer patrones, sino que también puedan expresarlos adecuadamente, la cual esté conectada a la proporcionalidad aritmética y geométrica.

- Se sugiere iniciar la enseñanza del algebra a través de situaciones problemas que permitan el uso de los conceptos previos de los estudiantes usando un lenguaje transicional que facilite la comprensión de los símbolos.

- Estimular el pensamiento algebraico a través de actividades didácticas que involucren el razonamiento acerca de patrones en gráficas, patrones numéricos y figuras, detectando similitud, diferencias, repetición y recurrencia.

- Seleccionar situaciones problema que permitan construir expresiones algebraicas o fórmulas para describir la variación o el cambio.

- Es muy importante trabajar continuamente en la búsqueda de nuevas y efectivas estrategias de enseñanza del álgebra ya que, Garbanzo Vargas (2007) señala que diferentes estudios explican que el rendimiento académico previo a la universidad es un claro indicador del éxito o fracaso en los estudios universitarios; de igual manera, Garnica (1997) señala que el rendimiento en bachillerato es un buen predictor del rendimiento universitario.

- Para lograr un mejor aprendizaje y desarrollo de las habilidades de los estudiantes, es necesario promover los buenos hábitos de estudio mediante la aplicación talleres extracurriculares, ofrecer asesoría académica permanente apoyándose en los pares académicos, monitores de clase y, por último, ofrecer asesoría psicológica para poder atender aquellas situaciones que puedan afectar el buen desempeño de los estudiantes.

- El maestro debe hacer el propósito continuo por la innovación de su práctica pedagógica e implementar de manera permanente didácticas que permitan tener éxito en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Los maestros deben reflexionar periódicamente sobre su quehacer pedagógico, ya que cada tema requiere una planeación, una búsqueda de formas para lograr llegar al estudiante y que éste genere su propia construcción de conocimientos. Por tanto las Instituciones de Educativas deben generar espacios de formación y discusión con los maestros donde se reevalúen los elementos del currículo y la forma como se están trabajando.

A. Anexo: Pre-test

IDENTIFICACIÓN DEL PRE-TEST

Nombre:	Propuesta para la enseñanza en el aula de “El paso de la aritmética al álgebra”
Área:	Matemáticas
Grado:	8°

OBJETIVO

- Evaluar los conocimientos previos que tienen los estudiantes del grado 8 de Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara, con relación a los temas de matemáticas incluidos en esta prueba inicial (pre-test), que permita identificar el tipo de pensamiento y razonamiento que utilizan los estudiantes, y el modo como lo aplican, en la generalización de expresiones aritméticas.

DESCRIPCIÓN

El pre-test está diseñado con preguntas tipo cuestionario escrito. También contiene problemas de aplicación en los que las variables están representadas con símbolos literales que implican la manipulación de expresiones algebraicas para evaluar el manejo y el conocimiento que tienen de estos conceptos. Hay otra serie de preguntas con las que se busca indagar sobre los saberes previos necesarios para la posterior apropiación del concepto a trabajar con la propuesta didáctica.

METODOLOGIA

- Trabajo individual
- El pre-test se desarrolla de manera escrita.

Recursos: Fotocopias, hojas de block, lápiz, borrador, sacapuntas.

Duración de la evaluación diagnóstica (en horas): 2

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012.
Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

PRE-TEST

Objetivo: Evaluar los conocimientos previos que tienen los estudiantes del grado 8 de Institución Educativa Ana Elisa Cuenca Lara, con relación a los temas de matemáticas incluidos en esta prueba inicial (pre-test), que permita identificar el tipo de pensamiento y razonamiento que utilizan los estudiantes, y el modo como lo aplican, en la generalización de expresiones aritméticas.

Nombre: ____

Grado: _________ Fecha: _______________ Edad: __________________

1. Te gusta la matemática? **SI**____ **NO**____

2. Has escuchado hablar del álgebra? **SI**____ **NO**____

3. Sabes qué es el álgebra? **SI**____ **NO**____

A continuación selecciona la opción que consideres, responde correctamente a cada una de las siguientes situaciones:

4. Si en un municipio de 2 000 habitantes, el índice de personas enfermas de gripe es del 15%, entonces el número de personas enfermas es de

A. 200 **B.** 1.500 **C.** 1.200 **D.** 300

5. En una ciudad la probabilidad de que llueva es de 1/3 de veces al año, esto es equivalente a decir:

A. por cada tres días uno de ellos no llueve

B. por cada tres días de sol hay un día de lluvia

C. por cada día de sol hay tres días que llueve

D. solo llueve tres veces al año

6. El valor de x que hace verdadera la expresión

$$5x + 3 = 43$$

es:

A. 6 **B.** 10 **C.** 8 **D.** 9

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012.
Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

7. Relaciona la expresión que representa a cada enunciado escribiendo en la casilla la letra correspondiente

A. El doble de un número $\frac{a}{2}$ ____

B. El triple de un número $3y$ ____

C. Un número impar x^2 ____

D. El doble de m aumentado en 2 $2m$ ____

E. La mitad de un número $2(n+1)$ ____

F. El cuadrado de un número $2b$ ____

Tomando como base el siguiente gráfico responde las preguntas 8 a 11

8. la figura correspondiente a la 4ª posición.

9. El número de cuadros de la figura ubicada en la 11ª posición es:

10. Calcula el número de cuadros de la figura que ocupará la posición 100.

11. Escribe una manera rápida que sirva para encontrar la cantidad de cuadros que tiene la figura en cualquier posición.

12. Sabiendo que el área de un rectángulo es el producto de la longitud de la base por la longitud de la altura. Escribe en el cuadro las medidas de la base y la altura de cinco rectángulos distintos cuya área sea 6 centímetros cuadrados.

RECTÁNGULO	LONGITUD DE LA BASE	LONGITUD DE LA ALTURA
1°		
2°		
3°		
4°		

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

5º		

13. En la figura se representa una cancha de fútbol con las medidas de sus lados.

Un arquitecto realiza una maqueta del diseño de la cancha, con medida de los lados cien veces menor que las medidas originales.

El diseño de la maqueta medirá

A. 0.6 cm de ancho y 1 cm. de largo

B. 0.6 m de ancho y 1 m. de largo

C. 0.06 m ancho y 0.01 m. de largo

D. 0.06 cm. de ancho y 0.01 cm. largo

14. La siguiente figura muestra la suma de los ángulos internos en diferentes polígonos regulares.

Debido a las propiedades de los polígonos regulares, es posible demostrar que el resultado de cada suma se traduce en la expresión $180(n - 2)$

Escribe lo que consideras, representa la n en el polígono:

____

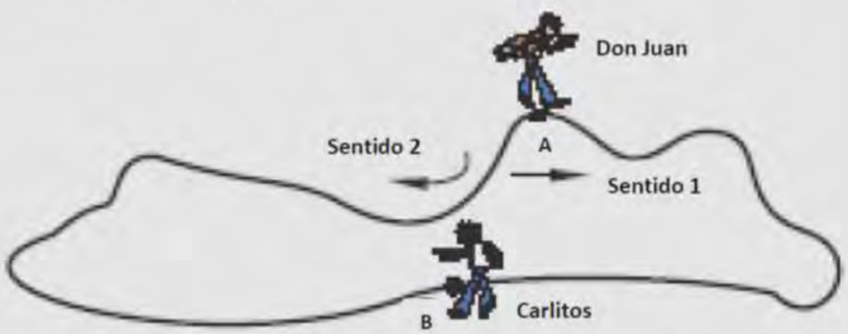
____

____

RESPONDE LAS PREGUNTAS 15 A 17 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Don Juan desea medir el perímetro de una extensión de tierra, pero decide medirla con sus pies. La forma de medir consiste en dar pasos de tal manera que la punta de un pie toque el

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012.
Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109



En total Don Juan dio 288 pasos y Carlitos 432 pasos

15. De la manera que se midió cada parte del camino, ¿es posible obtener una medida del perímetro de dicha extensión?

A. sí, se suman los pasos de Don Juan con los de Carlitos

B. no, ya que ninguno recorrió el perímetro en su totalidad

C. sí, se establece la diferencia entre las medidas de los pies, ya que los pies de Don Juan no miden lo mismo que los de su hijo

D. sí, pero como los tamaños de pies no son iguales, se debe encontrar la relación entre los tamaños y aplicarla a las distancias recorridas

16. Don Juan sabe que 2 pasos suyos equivalen a 3 de Carlitos. Dado este hecho podemos concluir que

A. la distancia recorrida por ambos es igual

B. la talla del pie de Carlitos es 2/3 de la talla de Don Juan

C. la talla del pie de Carlitos es 3/2 de la talla de Don Juan

D. la distancia recorrida por Carlitos es menor que la recorrida por Don Juan

17. Don Juan compra un nuevo terreno contiguo al suyo. Mide el perímetro del nuevo terreno con sus pies obteniendo la misma medida que la del anterior. Sobre las áreas de los terrenos se puede afirmar que

A. los dos terrenos poseen la misma área

B. el nuevo terreno puede tener un área distinta a la del antiguo terreno

C. el perímetro no es suficiente para concluir algo sobre las áreas de los terrenos

D. para comprar un terreno de mayor área, este debe tener un perímetro mayor

B. Anexo: Guías de trabajo

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 1.

Objetivo: Diseñar y aplicar tres clases didácticas empleando fichas y dados algebraicos, para que, por medio del juego los estudiantes se motiven a manipular y comprender mejor el trabajo con las expresiones algebraicas básicas, buscando que identifiquen los patrones que permiten la generalización de expresiones matemáticas

Nombre: ____

Grado: ________ Fecha: ______________

Lee atentamente la siguiente información:

A las expresiones en las que se indican operaciones entre números y letras se les conoce con el nombre de expresiones algebraicas. Las letras reciben el nombre de variables (o parte literal) y pueden ser reemplazadas por números. Algunos ejemplos de expresiones algebraicas, son:

1) $3a + 7b - 10c$
2) $9x^2 = 9$
3) $8y$
4) $a^2 + b^2 + 3a - 5b$
5) $4x = 16$
6) $2(x + 1) = 4x$
7) $3x^2 + 2xy - y^2$
8) $A = b\,h / 2$
9) $4 = x + 1$
10) $a + 1 = a + 2$
11) $2b = b + b$
12) $m^4 + 5m^3n - 2n^2m^2 + n + 1$
13) $(x + 3y)^2$
14) $(7x^3 + 2xy)(x - y^2)$
15) $(9ab + 1)^3$

A cada expresión que no se encuentra separada por un signo de suma, resta o división se le conoce como término, de este modo del ejemplo anterior se tiene que en la expresión (1) hay tres términos, la (2) tiene un solo término y la (12) tiene cinco términos. Cada término de una expresión algebraica está formado por una parte numérica y una parte literal. Por ejemplo: en la expresión $7x^3$, se tiene que, 7 es la parte numérica y x^3 es la parte literal.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Actividad 1. En grupos de trabajo de tres estudiantes llenar la siguiente tabla lanzando los dados algebraicos y registrando el resultado obtenido en la cara superior de cada uno.

Tabla 1. Registro de los datos obtenidos al lanzar los dados.

Número de lanzamientos	Expresión algebraica	Cantidad de términos	Parte literal	Parte no literal
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

Ingresa a la siguiente dirección http://www.vitutor.com/ab/p/a_2e.html y realiza la actividad propuesta.

Ahora, ten en cuenta, que las expresiones algebraicas se clasifican según el número de términos que tienen, esto es:

1) Monomio: es toda expresión algebraica que tiene un término

2) Binomio: es toda expresión algebraica que tiene dos términos

3) Trinomio: es toda expresión algebraica que tiene tres términos,

4) Multinomio: es toda expresión algebraica que tiene más de tres términos (también recibe el nombre de polinomio)

ATENCIÓN: El término POLINOMIO se puede usar en forma general para cualquier expresión algebraica.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Ejemplo:

Expresión algebraica	**Nombre o clasificación**
$3xy$	Monomio
$5a^2 - 2bc - 3d$	Trinomio
$2x^2\,(4x^3)$	Monomio
$5a - 3b + c + (4a - 5b - c)$	Multinomio
$xy + 2$	Binomio
$7(a - 5b) + 8(4x - 5 + 8z) - (3x + 4y)$	Trinomio
$x^4 - x^3 - x^2 + x - 4$	Multinomio
$3(a - b) + 2(c - d)$	Binomio

Hablaremos ahora de los grados de una expresión algebraica:

Grado Relativo: Se define como el exponente de una letra específica del término.

Ejemplo:

Expresión algebraica	Grado relativo de la primera letra	Grado relativo de la segunda letra
$29x^2\,y$	2	3
$5r^6s$	6	1
$3a^{10}$	10	No existe

Grado de un término (o Grado Absoluto): El grado de un término que consta de una sola variable (letra) en forma entera, lo determina su exponente entero no negativo; y el grado absoluto de un término que consta de dos o más variables (letras) viene dado por la suma de los grados de cada una de ellas (factor literal).

Ejemplo:

Expresión algebraica	Número de variables	Grado absoluto
x	1	1
$3y^2$	1	2
9	0	0, ya que $9x^0 = 9(1) = 9$
$5x^2y^5$	2	$7\,(2 + 5 = 7)$
$2x^2y^3\,z$	3	$6\,(2 + 3 + 1 = 6)$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Grado de un Polinomio (o Grado Absoluto): El grado de un polinomio es el mayor de los grados que resulta al sumar los exponentes de todas las letras que aparecen en uno de los términos.

Ejemplo:

Expresión algebraica	Término con el mayor exponente	Suma de exponentes	Grado absoluto
$3xy - 6x^2y^3 + 2x^4y^5$	$2x^4y^5$	$4+5$	9
$5 + 3x$	$3x$	1	1
$3xy + 2x - 48$	$3xy$	$1+1$	2
$9x^3 + 5x^2 - 1$	$9x^3$	3	3
$2x^3y^2 - 8x^3y + 7$	$2x^3y^2$	$3+2$	5

Es muy importante ordenar un multinomio lo cual consiste en ordenar los términos de modo que los exponentes de la misma letra, llamada ordenatriz, aumenten o disminuyan sucesivamente.

Ejemplo: el siguiente multinomio $x^2y + y^4 - 3xy^3 + 5x^4 - 7x^3y^2$ se ordenará de acuerdo a las potencias de la letra "x" de manera descendente, esto es: $5x^4 - 7x^3y^2 + x^2y - 3xy^3 + y^4$

Ahora lo organizaremos con relación a la letra "y", esto es: $y^4 - 3xy^3 - 7x^3y^2 + x^2y + 5x^4$

Actividad 2: En los mismos grupos lance nuevamente los dados algebraicos, registre el resultado obtenido en la cara superior de cada uno y complete la siguiente tabla

No.	Expresión algebraica	Clasificación	Suma de exponentes	Grado absoluto
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				

Ingresa a la siguiente dirección http://www.vitutor.com/ab/p/a_4e.html y realiza la actividad propuesta.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 2.

Objetivo: Evaluar el proceso de modelización matemática identificando las dificultades que presentan los estudiantes durante el trabajo del "paso" entre expresiones aritméticas y su generalización algebraica a través del stop algebraico.

Nombre: ____

Grado: _________ Fecha: _______________

Lee atentamente la siguiente información:

Actividad 1. En grupos de trabajo de tres estudiantes llenar la siguiente tabla jugando STOP

Instrucciones del juego:

1. Se define cuál de los integrantes inicia el juego.
2. Cada jugador en su orden debe decir una clasificación de la expresión algebraica (monomio, binomio, trinomio, multinomio, polinomio).
3. Una vez se conozca con qué tipo de expresión se va a jugar, cada jugador debe llenar las casillas en forma horizontal lo más rápido posible.
4. El primer jugador en llenar correctamente las casillas debe decir: STOP
5. Una vez se haya dicho STOP los demás jugadores deben dejar de escribir.
6. Por cada casilla bien contestada cada jugador se asigna 100 puntos
7. Por cada respuesta igual al de otro jugador, se asigna 50 puntos
8. Por cada casilla incorrecta se pierden 30 puntos
9. El juego termina una vez se llene la tabla en su totalidad.
10. Gana el jugador que al final acumule la mayor cantidad de puntos.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

STOP ALGEBRAICO

Nombre o clasificación	Número de términos	Término de mayor exponente	Parte literal	Parte numérica	Grado absoluto	PUNTAJE
					TOTAL	

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 3.

Objetivo: Evaluar el proceso de modelización matemática identificando las dificultades que presentan los estudiantes durante el trabajo del "paso" entre expresiones aritméticas y su generalización algebraica a través de cuestionarios diseñados

Nombre: ____

Grado: _________ Fecha: _______________

Lee atentamente la siguiente información:

Cada una de las letras involucradas en las expresiones algebraicas es una variable; y a cada variable se le puede asignar diferentes valores numéricos.

Teniendo en cuenta las condiciones establecidas en un problema de aplicación, muchas veces la resolución haciendo uso de la aritmética se torna difícil, o muy tediosa o incluso imposible. Cuando esto sucede, normalmente se puede disponer de otro recurso para resolverlos: el álgebra. Mediante el planteo y resolución de ecuaciones es posible resolver de forma sencilla muchos de los problemas cuya resolución aritmética no lo es.
Pero para hacer buen uso de este recurso matemático es necesario entender muy bien el problema planteado, para poder traducir el enunciado al lenguaje algebraico, además de tener claros los conocimientos apropiados para trabajar con las ecuaciones que resultarán del planteamiento.

Ejemplo 1: Cada una de los siguientes enunciados se expresará en lenguaje matemático

ENUNCIADO	EXPRESIÓN MATEMÁTICA
1) El triple de un número	$3x$
2) La diferencia entre a y b	$a - b$
3) El doble de x aumentado en y	$2x + y$
4) El cubo de la diferencia entre m y n	$(m - n)^3$
5) El cuadrado del siguiente de un número c	$(c + 1)^2$
6) El doble del cuadrado de t	$2t^2$
7) La suma de tres números pares consecutivos	$2n + 2(n+1) + 2(n + 2)$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Ejemplo 2: escribe en lenguaje normal cada una de las expresiones matemáticas

EXPRESIÓN MATEMÁTICA	ENUNCIADO
1) $x^2 = 9$	El cuadrado de x es igual a nueve
2) $x + 1$	El consecutivo de x
3) $r(r - 1)$	El producto entre r y su antecesor
4) $a^2 + b^2$	El cuadrado de a mas el cuadrado de b
5) $2(m + n)$	El doble de m aumentado en n

Para ir adquiriendo la habilidad del lenguaje algebraico iniciaremos con la siguiente actividad:

Actividad 1. En grupos de trabajo de tres estudiantes expresar en lenguaje matemático cada uno de los siguientes enunciados

ENUNCIADO	EXPRESIÓN MATEMÁTICA
El triple de $\boldsymbol{a}$ aumentado en el doble de $\boldsymbol{n}$	
El triple de $\boldsymbol{a}$ disminuido en el doble de $\boldsymbol{m}$	
La cuarta parte del producto entre el cuadrado de $\boldsymbol{x}$ y el cubo de $\boldsymbol{y}$	
El cubo de la diferencia entre $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$	
El cuadrado del doble de $\boldsymbol{m}$	
El doble del cuadrado de $\boldsymbol{r}$	
La suma de tres números consecutivos	
El triple de la cuarta parte del cuadrado de $\boldsymbol{y}$	
El cuadrado de la cuarta parte del triple de $\boldsymbol{x}$	
El triple de un número equivale al doble del mismo número aumentado en 17.	
La suma de tres números consecutivos	
La diferencia entre el quíntuple de $\boldsymbol{x}$ y la mitad de $\boldsymbol{y}$	
La suma de tres números impares	
El cuadrado de $\boldsymbol{x}$ disminuido en 3 unidades	
La tercera parte de un número $\boldsymbol{k}$	

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Actividad 2. En los grupos de trabajo cada integrante debe pegar cada una de las fichas algebraicas que su profesor le entregó, al frente del enunciado que considere correcta. Posteriormente roten sus respuestas con los demás integrantes para su respectiva verificación y corrección.

ENUNCIADO	EXPRESIÓNMATEMÁTICA
El cuadrado de la suma de dos números a y b	
El triple del anterior de un número c	
El cuadrado de un número a disminuido en b unidades	
El anterior del triple de un número c	
La diferencia entre los cubos de dos números a y b	
El cubo de la diferencia de dos números a y b	
La tercera parte de un número c.	
La diferencia entre el triple de x y la mitad de y	
La suma entre los cuadrados de r y t	
El quíntuple producto entre a, b y c	
El cuadrado de la diferencia entre x y cinco	
La suma entre el cuadrado de x y el doble de y	
La edad de Juan supera en 4 años a la edad de Ana.	
María tiene tres veces más monedas de quinientos pesos que Juliana	
La edad de Karla, Sofía y Diana es igual treinta y siete años	

Actividad 3. Ingresa a la siguiente dirección: http://www.vitutor.com/ab/p/a_1e.html y realiza las actividades propuestas.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 4.

Objetivo: Evaluar el proceso de modelización matemática identificando las dificultades que presentan los estudiantes durante el trabajo del "paso" entre expresiones aritméticas y su generalización algebraica a través de cuestionarios diseñados

Nombre: ____

Grado: ________ Fecha: ____________

Lee atentamente la siguiente información:

Términos semejantes:

Dos o más términos son semejantes si tienen el mismo factor literal (letras y exponentes sin importar el coeficiente).

Ejemplos: las siguientes expresiones son semejantes entre sí:

a) $5x;\ 0{,}3x;\ -1{,}5x;\ 3x;\ x;\ -x$

b) $-3xyz;\ \ xyz;\ 5xyz;\ -4xyz;\ 7{,}3xyz;\ -xyz$

c) $a^3\,b;\ 32a^3b;\ \sqrt{2a^3b};\ -ba^3$

d) $0{,}5x^4\,y^5;\ 7x^4y^5;\ \frac{1}{2}x^4y^5;\ -8x^4y^5$

Reducción de Términos Semejantes:

Es sumar o restar (según sea el caso) todos los términos semejantes de tal manera que el resultado sea expresado como un sólo término.

Ejemplos: Reducir los siguientes términos semejantes

1. $17m + 3n - 8m + 2n = 9m + 5n$

2. $7a - 5b + 7c + 8a - 20c - b + 6b - c = 15a - 6b - 14c$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

3. $3xa+3 - 2ya-5 + 5xa+3 + ya-5 + xa+3 - 3ya-5 = 6\,xa+3 - 4\,ya-5$

4. $0{,}2m - 0{,}02n + 1{,}07m - 1{,}03n - m - n = 1{,}17m - 2{,}03n$

Actividad 1. En grupos de cuatro estudiantes resuelva los siguientes ejercicios en clase.

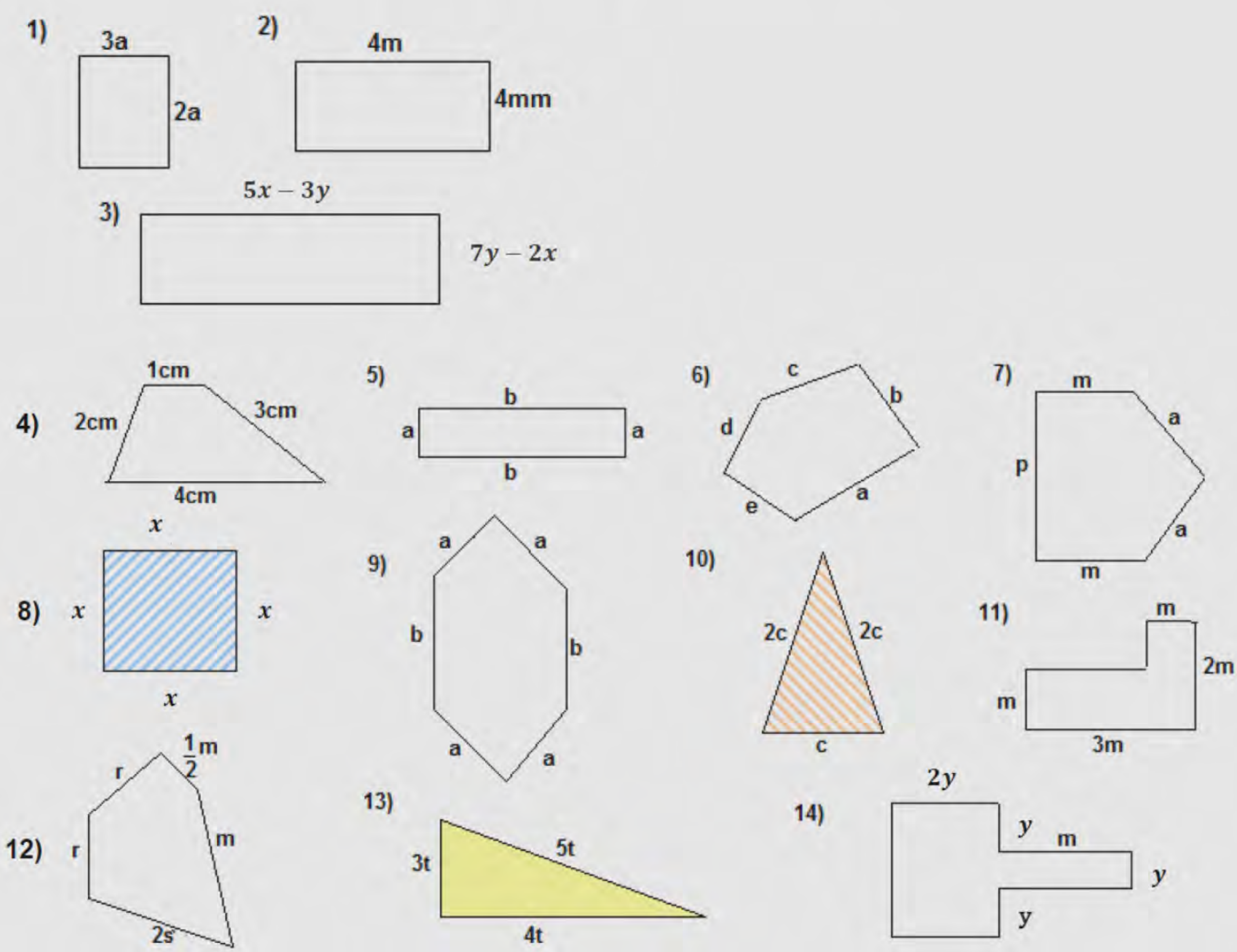
a) Reducir cada una de las siguientes expresiones:

1. $m + 2m$
2. $a + 2a + 9a$
3. $m^2 - 2m^2 - 7m^2$
4. $6x^2y^2 - 12x^2y^2 + x^2y^2$
5. $3a - 2b - 5b + 9a$
6. $a^2 + b^2 - 2b^2 - 3a^2 - a^2 + b^2$
7. $x^2yz + 3xy^2z - 2xyz^2 - 3xy^2z + xyz^2 - x^2yz$
8. $2pq + 3p - 12q - 15q + 7pq - 13p$
9. $2x - 6y - 2x - 3y - 5y$
10. $15a + 13a - 12b - 11a - 4b - b$
11. $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4}$
12. $\frac{a^2b}{5} - \frac{2ab^2}{3} + \frac{3ab^2}{2} - \frac{6a^2b}{5}$
13. $m - \frac{m}{2} + \frac{2m}{3} - \frac{m}{4}$
14. $\frac{3a-b}{2} + \frac{3a-b}{5}$
15. $2p + \frac{3}{4}q - 7p + \frac{3}{2}q$
16. $a + a^2 + a^3 + a^4 - a - 2a^2 + 3a^3 - 4a^4$
17. $0{,}2\,m - 0{,}02n + 1{,}07m - 1{,}03n - m - n$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

b) Determinar el perímetro de cada uno de los siguientes terrenos:



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 5.

Objetivo: Evaluar el nivel de comprensión que tiene los estudiantes en el manejo de los términos semejantes de una expresión algebraica.

Nombre: ____

Grado: ________ Fecha: ______________

Lee atentamente la siguiente información:

Actividad 1. En grupos de trabajo de cuatro estudiantes hacer uso del dominó algebraico siguiendo las instrucciones dadas a continuación.

Instrucciones del juego:

1. Para comenzar cuenta que haya 28 fichas de dominó. Es importante que todas las fichas estén completas para poder jugar adecuadamente. Este juego requiere de mínimo 2 jugadores y máximo 4.
2. Coloca las fichas de dominó boca abajo sobre la mesa y con las manos mézclalas bien para asegurarte de que queden bien repartidas.
3. Cada jugador debe tomar ocho (7) fichas sin darles la vuelta.
4. Se define el tipo de juego que se va a emplear: normal, cruz o tapado.
5. Para comenzar a jugar dominó, el primer jugador que sale es el que tenga el mayor grado absoluto en una de sus fichas con relación a las de los demás jugadores.
6. Continúa el jugador que se encuentre inmediatamente a la derecha y que tenga una ficha con el término semejante a la(s) puesta(s) en juego.
7. El juego termina una vez que uno de los jugadores haya colocado todas sus fichas o si todos los jugadores pasan.
8. Gana el primer jugador que al final quede sin fichas o el que quede con el menor grado absoluto en sus fichas.
9. Por cada partida jugada jugador ganador, se asigna 50 puntos

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 6.

Objetivo: Resolver algebraicamente problemas que involucren operaciones de multiplicación.

Nombre: ____

Grado: _________ Fecha: _______________

Lee atentamente la siguiente información:

Multiplicación de expresiones algebraicas

Al multiplicar expresiones algebraicas se multiplican las partes numéricas, y en las partes literales se aplica la propiedad del producto de potencias de igual base. Cuando se multiplican potencias de igual base, se obtiene una potencia con la misma base y cuyo exponente es igual a la suma de los exponentes dados.

Empezaremos nuestro trabajo utilizando sólo números y después lo haremos escondiendo los números con letras:

- Realicemos la siguiente multiplicación:

$$2 \cdot 8$$

Sabemos que el resultado de ella es 16, ahora, si escribimos este resultado en forma de potenciación vemos que:

$$16 = 2^4$$

ya que

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Observamos que aquí tenemos el producto de un número cuatro veces por el mismo, para volver a la multiplicación inicial podemos analizar lo siguiente,

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

$$16 = 2^4$$
$$2^4 = 2^{1+3}$$
$$2^{1+3} = 2 \cdot 2^3$$
$$2 \cdot 2^3 = 2 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2)$$
$$2 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2 \cdot 8$$

- Ahora esconderemos el número 2 con la letra x, esto es:

$$2 \cdot 8$$

Se convierte en,

$$x \cdot 8$$

Como sabemos que $8 = 2^3$ entonces la expresión la podemos reescribir como:

$$x \cdot 2^3$$

Por lo tanto,

$$x \cdot 2^3 = x \cdot x^3$$

Donde finalmente encontramos,

$$x \cdot x^3 = x^{1+3}$$
$$x^{1+3} = x^4$$

O sea, que,

$$x \cdot x^3 = x^4$$

Siendo x y x^3 monomios.

Al sacar nuevamente nuestro número escondido vemos que,

$$2 \cdot 2^3 = 2^4$$
$$2 \cdot 8 = 16$$

Que corresponde a nuestro resultado inicial.

➢ Realicemos la siguiente multiplicación:

$$6 \cdot (8 + 14)$$

Sabemos que esto es,

$$6 \cdot (8 + 14) = 6 \cdot 22$$
$$6 \cdot 22 = 132$$

Pero otra forma de realizar esta multiplicación es la siguiente:

Aplicando la propiedad distributiva

$$6 \cdot (8 + 14) = 6 \cdot 8 + 6 \cdot 14$$

Como $6 = 2 \cdot 3;\ 14 = 2 \cdot 7\ \ y\ \ 8 = 2^3$ entonces,

$$6 \cdot 8 + 6 \cdot 14 = 2 \cdot 3 \cdot 2^3 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7$$

Aplicando la propiedad conmutativa

$$2 \cdot 3 \cdot 2^3 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 2 \cdot 2^3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

Entonces,

$$2 \cdot 2^3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 3 \cdot 2^4 + 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$
$$3 \cdot 2^4 + 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 3 \cdot 16 + 4 \cdot 3 \cdot 7$$
$$3 \cdot 16 + 4 \cdot 3 \cdot 7 = 48 + 84$$
$$48 + 84 = 132$$

- Ahora escondamos al número 2 con la letra b, esto es

$$6 \cdot (8 + 14)$$

Como $6 = 3 \cdot 2;\ 14 = 7 \cdot 2\ \ y\ \ 8 = 2^3$, la podemos reescribir como,

$$3 \cdot 2 \cdot (2^3 + 7 \cdot 2)$$

Por lo tanto la expresión se convierte en:

$$3b \cdot (b^3 + 7b)$$

$$3b \cdot (b^3 + 7b) = 3b \cdot b^3 + 3b \cdot 7b$$

$$3b \cdot b^3 + 3b \cdot 7b = 3b^{1+3} + 21b^{1+1}$$

$$3b^{1+3} + 21b^{1+1} = 3b^4 + 21b^2$$

O sea, que,

$$3b \cdot (b^3 + 7b) = 3b^4 + 21b^2$$

Al sacar nuevamente nuestro número escondido vemos que,

$$3 \cdot 2 \cdot (2^3 + 7 \cdot 2) = 3 \cdot 2^4 + 21 \cdot 2^2$$

$$3 \cdot 2^4 + 21 \cdot 2^2 = 3 \cdot 16 + 21 \cdot 4$$

$$3 \cdot 16 + 21 \cdot 4 = 48 + 84$$

$$48 + 81 = 132$$

Que corresponde a nuestro resultado inicial.

Miremos un nuevo ejemplo

- Realicemos la siguiente multiplicación:

$$(7 + 12) \cdot (27 - 21)$$

Sabemos que esto es,

$$(7 + 12) \cdot (27 - 21) = 19 \cdot 6$$

$$19 \cdot 6 = 114$$

Pero otra forma de realizar esta multiplicación es la siguiente:

Aplicando la propiedad distributiva

$$(7 + 12) \cdot (27 - 21) = 7 \cdot 27 - 7 \cdot 21 + 12 \cdot 27 - 12 \cdot 21$$

Como $12 = 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2^2$; $21 = 3 \cdot 7$ y $27 = 3^3$; entonces,

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

$$7 \cdot 27 - 7 \cdot 21 + 12 \cdot 27 - 12 \cdot 21 = 7 \cdot 3^3 - 7 \cdot 3 \cdot 7 + 3 \cdot 2^2 \cdot 3^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

Aplicando la propiedad conmutativa

$$7 \cdot 3^3 - 7 \cdot 3 \cdot 7 + 3 \cdot 2^2 \cdot 3^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 7 \cdot 3^3 - 7 \cdot 7 \cdot 3 + 3 \cdot 3^3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 7$$

Entonces,

$$7 \cdot 3^3 - 7 \cdot 7 \cdot 3 + 3 \cdot 3^3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 7 = 7 \cdot 3^3 - 7^2 \cdot 3 + 3^4 \cdot 2^2 - 3^2 \cdot 2^2 \cdot 7$$

$$7 \cdot 3^3 - 7^2 \cdot 3 + 3^4 \cdot 2^2 - 3^2 \cdot 2^2 \cdot 7 = 7 \cdot 27 - 49 \cdot 3 + 81 \cdot 4 - 9 \cdot 4 \cdot 7$$

$$7 \cdot 27 - 49 \cdot 3 + 81 \cdot 4 - 9 \cdot 4 \cdot 7 = 189 - 147 + 324 - 252$$

$$189 - 147 + 324 - 252 = 114$$

- Ahora escondamos al número 2 con la a; al número 3 con la b y al número 7 con la c; esto es

$$(7 + 12) \cdot (27 - 21)$$

Como $12 = 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2^2$; $21 = 3 \cdot 7\ \ y\ 27 = 3^3$; la podemos reescribir como,

$$(7 + 3 \cdot 2^2)(3^3 - 3 \cdot 7)$$

Por lo tanto la expresión se convierte en:

$$(c + ba^2) \cdot (b^3 - bc)$$

Que es lo mismo que escribir

$$(c + a^2b) \cdot (b^3 - bc)$$

Aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma,

$$(c + a^2b) \cdot (b^3 - bc) = cb^3 - cbc + a^2bb^3 - a^2bbc$$

Aplicando la propiedad conmutativa para la multiplicación

$$cb^3 - cbc + a^2bb^3 - a^2bbc = b^3c - ccb + a^2bb^3 - a^2bbc$$

$$b^3c - ccb + a^2bb^3 - a^2bbc = b^3c - c^2b + a^2b^4 - a^2b^2c$$

O sea, que,

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

$$(c+a^2b)\cdot(b^3-bc)=b^3c-c^2b+a^2b^4-a^2b^2c$$

Si hubieran resultado términos semejantes se reduciría la última expresión.

Al sacar nuevamente nuestros números escondidos vemos que,

$$b^3c-c^2b+a^2b^4-a^2b^2c=3^3\cdot 7-7^2\cdot 3+2^2\cdot 3^4-2^2\cdot 3^2\cdot 7$$

$$3^3\cdot 7-7^2\cdot 3+2^2\cdot 3^4-2^2\cdot 3^2\cdot 7=27\cdot 7-49\cdot 3+4\cdot 81-4\cdot 9\cdot 7$$

$$27\cdot 7-49\cdot 3+4\cdot 81-4\cdot 9\cdot 7=189-147+324-252$$

$$189-147+324-252=114$$

Que corresponde a nuestro resultado inicial.

De esta manera, se concluye que cuando se multiplica un monomio con otro monomio el resultado es otro monomio; cuando se multiplica un monomio por un polinomio, se aplica la propiedad distributiva del producto respecto a la suma, cuyos coeficientes son el producto de los coeficientes y cuya parte literal es el producto de las partes literales de los factores, aplicándose la propiedad de potencias de igual base, y que el producto de dos polinomios se obtiene al multiplicar todos los términos de uno de ellos por todos los términos del otro y luego reducir términos semejantes.

Ejemplos:

1. $3\cdot 2x\cdot 4x^2=3\ \cdot 2\cdot 4\cdot x^{1+2}=24x^3$

2. $2a^2\cdot(3b^3+4ab)=6a^2b^3+8\cdot a^3b$

Actividad 1.

Realiza las siguientes operaciones:

1. $5xy\ \cdot\ 4x^2y\ =$
2. $4x\ \cdot(2-3x\ +\ x)\ =$
3. $8x^2\cdot(3x^5-8x^2-1)\ =$
4. $(-2m^8n^6+7m^6n^8)\cdot(7m^2n)=$
5. $(-2x^3y^2+7x^2y^3)\cdot(x^2y+3x^3y)=$
6. $(a^2+1)\cdot(a^2-1)=$
7. $(3a^3b^2+2a^2b^3)\cdot(9a^2b-3a^3b)=$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

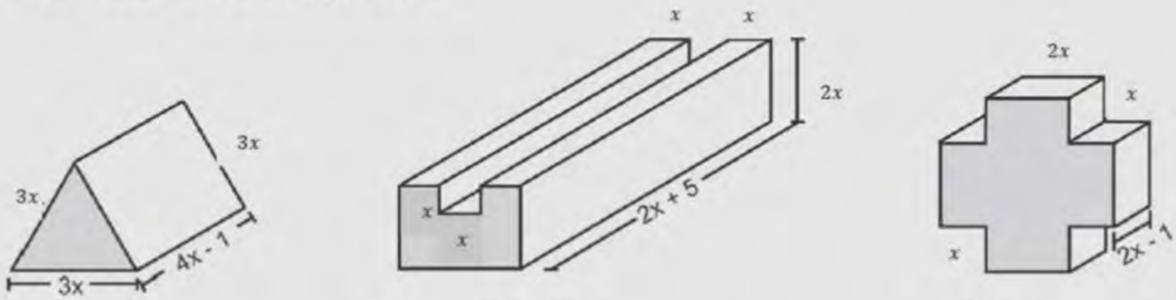
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Actividad 2.

Resolver los siguientes problemas

1. Las siguientes piezas son utilizadas en la industria de la ornamentación como piezas de seguridad. Se ha colocado x en las dimensiones de cada pieza, ya que pueden variar de acuerdo con las necesidades de los compradores



Pieza 1 Pieza 2 Pieza 3

Para que el fabricante de estas piezas logre construir la pieza 2, debe

A. a una pieza de dimensiones $(2x+5)\cdot 2x \cdot 3x$ quitarle un pedazo de dimensiones $x \cdot x \cdot (2x+5)$

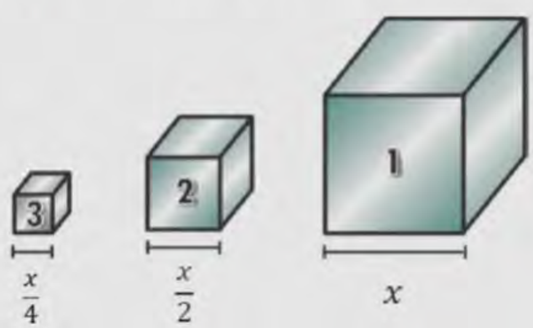
B. ensamblar 5 piezas iguales, de dimensiones $x \cdot x \cdot (2x+5)$

C. ensamblar tres piezas, dos de dimensiones iguales de $2x \cdot (2x+5)$ y otra de dimensiones $x \cdot x \cdot (2x+5)$

D. ensamblar tres piezas, dos de éstas iguales cuyas dimensiones corresponden a $2x \cdot x$ y la otra de $3x \cdot 2x \cdot (2x+5)$

RESPONDA LAS PREGUNTAS 2 Y 3 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

En un club deportivo tienen 3 cubos numerados del 1 al 3, como se muestra en la figura, que se utilizan en el momento de entregar las medallas de oro, plata y bronce, a los ganadores de cada competencia



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

2. Si se gasta un galón de pintura para pintar el cubo 3. ¿De qué manera se puede determinar el número de galones de pintura que se necesita para pintar los cubos 1 y 2?

A. contando el número de cuadrados de área $\left(\frac{x}{4}\right)^2$ que se necesita para formar una cara del cubo 1 y una cara del cubo 2

B. contando el número de cubos de volumen $\left(\frac{x}{4}\right)^2$ que se necesita para formar los cubos 1 y 2

C. sumando los valores de t que solucionan las ecuaciones $\frac{1}{\left(\frac{x}{4}\right)^3} = \frac{t}{\left(\frac{x}{2}\right)^3}$ y $\frac{1}{\left(\frac{x}{4}\right)^3} = \frac{t}{x^2}$

D. sumando los valores de t que solucionan las ecuaciones

3. Si se cambia los cubos 2 y 3 por cajas de base rectangular que tienen el mismo ancho y alto que los cubos 2 y 3 respectivamente, pero cada una con largo igual a la arista del cubo 1, y las numeramos 4 y 5 respectivamente, podemos decir que

A. las cajas 4 y 5 tienen el mismo volumen, y éste es el doble del volumen del cubo 2

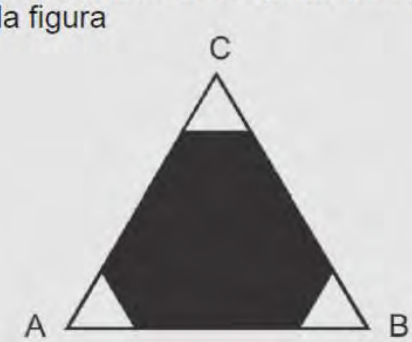
B. el área total de la caja 5 es tres veces el área total del cubo 3, y el área total de la caja 4 es menor que el doble del área total del cubo 2

C. el volumen de la caja 4 es el doble del volumen del cubo 2, y el volumen de la caja 5 es cuatro veces el volumen del cubo 3

D. el área total de las cajas 4 y 5 es la misma y ésta es cuatro veces el área total del cubo 3

RESPONDA LAS PREGUNTAS 4 A 6 DE ACUERDOCON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

A un triángulo equilátero de 75cm de perímetro se le quitan tres triángulos también equiláteros de 5cm de lado, como se muestra en la figura



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

4. El perímetro de la zona sombreada puede ser calculado así

A. a 75 cm le restamos el perímetro de cada uno de los triángulos de 5cm de lado

B. a 75 cm le restamos el perímetro de uno de los triángulos de 5cm de lado

C. calculamos la medida de cada uno de los lados de la figura sombreada y luego sumamos estos valores

D. a cada lado del triángulo ABC le restamos 10cm y luego multiplicamos ese valor por 3

5. Es posible quitar triángulos equiláteros de las esquinas del triángulo ABC, buscando que el polígono que se forma en el interior sea siempre de 6 lados, sólo si el lado de cada uno de estos triángulos

A. es mayor o igual a 0 pero menor que la mitad de la longitud del lado del triángulo ABC

B. es mayor que 0 pero menor o igual que la mitad de la longitud del lado del triángulo ABC

C. es mayor que 0 pero menor que la mitad de la longitud del lado del triángulo ABC

D. está entre 0 y la mitad de la longitud del lado del triángulo ABC

6. Suponga que la longitud de los lados de los triángulos, en las esquinas del triángulo ABC, es exactamente la mitad de la longitud del lado de dicho triángulo, entonces, es cierto afirmar que

A. el polígono interior es congruente con cualquiera de los triángulos de las esquinas

B. el perímetro del polígono interior es la tercera parte del perímetro del triángulo ABC

C. el polígono que se forma en el interior no altera el perímetro del triángulo ABC

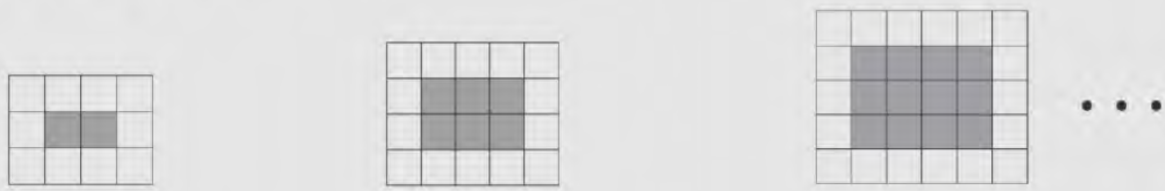
D. el área del polígono interior es la tercera parte del área del triángulo ABC

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

7. Los siguientes modelos de embaldosados, se construyen sucesivamente. Tienen baldosas negras colocadas en forma rectangular, y un borde de baldosas blancas, como se muestra en la figura. Cada modelo tiene un área distinta, y las baldosas blancas y negras que se usaron tienen forma cuadrada de 11 cm de lado.



1er modelo   2do modelo   3er modelo

La expresión que indica el número de baldosas negras en el n-ésimo modelo de embaldosado es

A. $6n - 4$

B. $n^2(2 + n)$

C. $n\,(n + 1)$

D. $\frac{1}{2}n^2 + 2$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 7.

Objetivo: Aprender a despejar una variable de una ecuación.

Nombre: ____

Grado: _________ Fecha: _______________

Para iniciar este trabajo, queremos que respondas las siguientes preguntas:

1. **Qué es para ti una variable?**

____
____
____
____

2. **Qué significa para ti despejar una variable?**

____
____
____
____

3. **Qué importancia crees que tiene el hecho de despejar una variable?**

____
____
____
____

Ahora lee atentamente la siguiente información:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Despeje de una variable:

Antes de hacer una presentación más formal, iniciaremos el proceso de despejar una variable de la siguiente forma:

- ✓ Cuando una variable se está sumado o restando con otra variable.

1. Tomemos como base la siguiente expresión

$$9 + 3 = 12$$

Intentaremos despejar el número 9, para ello debemos analizar lo siguiente:

- Se debe entender que despejar el número 9, significa dejarlo totalmente solo a un lado del símbolo del igual.
- Se debe identificar cual o cuales números están acompañando al número 9 en el mismo lado del igual.
- El número o números que acompañan al número 9 debe(n) ser enviado(s) al otro lado del igual.
- Se debe definir el tipo de operación que pasará a realizar al otro lado del igual, el número que acompañaba al número 9.
- Se debe realizar la o las operaciones con los números que queden al otro lado del igual.
- El número 9 quedará bien despejado si el resultado al otro lado del igual es también el número 9.

Procedimiento:

- Se observa que en este caso hay un solo número acompañando al 9, el cual corresponde al número 3.
- Para definir la operación correcta que pasará a realizar el número 3 al otro lado del igual, inicialmente, ensayaremos con todas las operaciones hasta encontrar el resultado buscado:

➤ Escribiremos nuevamente la expresión dada:

$$9 + 3 = 12$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

- Supongamos que el número 3 continúa realizando una suma, esto es,

$$9 = 12 + 3$$
$$9 = 15$$

Lo cual es totalmente falso, y se concluye que no es correcto que el número 3 siga sumando al pasar al otro lado del igual.

- Supongamos que el número 3 realizará una multiplicación, esto es,

$$9 = 12 \cdot 3$$
$$9 = 36$$

Observamos que también esta igualdad es falsa y que por lo tanto no es correcto decir, que si el número 9 estaba sumando con el número 3, pase a multiplicar.

- Supongamos que el número 3 realizará una división, esto es,

$$9 = \frac{12}{3}$$
$$9 = 4$$

Nuevamente observamos que la igualdad no es correcta, con lo cual también es incorrecto pasar a dividir al número 3 cuando éste hacía una suma con el número 9

- Finalmente supongamos que el número 3 realizará una resta, esto es,

$$9 = 12 - 3$$
$$9 = 9$$

Observamos que este resultado si es el mismo a ambos lados del igual, con lo cual se concluye que si el número que necesitamos mover, está sumando, entonces debe pasar a realizar una resta al otro lado del igual.

2. ahora analizaremos el procedimiento para la resta, y tomemos la siguiente expresión

$$9 - 3 = 6$$

Intentaremos despejar el número 9

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Procedimiento:

- Escribiremos nuevamente la expresión dada:

$$9 - 3 = 6$$

- Supongamos que el número 3 continúa realizando una resta, esto es,

$$9 = 6 - 3$$
$$9 = 3$$

Lo cual es totalmente falso, y se concluye que no es correcto decir que el número 3 siga restando al pasar al otro lado del igual.

- Supongamos que el número 3 realizará una multiplicación, esto es,

$$9 = 6 \cdot 3$$
$$9 = 18$$

Observamos que también esta igualdad es falsa y que por lo tanto no es correcto, que si el número 3 está restando al número 9, éste pase a multiplicar al otro lado del igual.

- Supongamos que el número 3 realizará una división, esto es,

$$9 = \frac{6}{3}$$
$$9 = 2$$

Nuevamente observamos que la igualdad no es la misma, por tanto, también es incorrecto pasar a dividir al número 3 cuando éste hace una resta con el número 9

- Finalmente supongamos que el número 3 realizará una suma, esto es,

$$9 = 6 + 3$$
$$9 = 9$$

Observamos que este resultado si es el mismo a ambos lados del igual, con lo cual se concluye que si el número que necesitamos mover, está restando, entonces debe pasar a realizar una suma al otro lado del igual.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

ACTIVIDAD 1.

Despeja el número indicado en cada una de las siguientes igualdades:

a. $10+2=12$	despeje el número 10
b. $10=2+8$	despeje el número 8
c. $12-4=8$	despeje el número 12
d. $6=8-2$	despeje el número 8
e. $15+7=22$	despeje el número 7
f. $21=30-9$	despeje el número 30
g. $17+21=38$	despeje el número 17
h. $9+5=8+6$	despeje el número 5
i. $11-4=5+2$	despeje el número 2
j. $12+9-4=17$	despeje el número 4
k. $48=31+10+7$	despeje el número 7
l. $23-10-3=10$	despeje el número 23
m. $94+21+15-47=83$	despeje el número 21
n. $12570=9436+3134$	despeje el número 3134
o. $19-3-8-6=2$	despeje el número 6
p. $927-329+10=359+724-475$	despeje el número 10
q. $1+2+3+4=7+3$	despeje el número 1
r. $34-5+12=41$	despeje el número 12

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 8.

Objetivo: Aprender a despejar una variable de una ecuación.

Nombre: ____

Grado: _________ Fecha: _______________

Lee atentamente la siguiente información:

Despeje de ecuaciones

Para la multiplicación y la división.

1. Tomando como base la siguiente expresión

$$9 \cdot 3 = 27$$

Intentaremos despejar el número 9.

Procedimiento:

- Se observa que en este caso hay un solo número acompañando al 9, el cual corresponde al número 3.
- Para definir la operación correcta que pasará a realizar el número 3 al otro lado del igual, inicialmente, ensayaremos con todas las operaciones hasta encontrar el resultado buscado:

➢ Escribiremos nuevamente la expresión dada:

$$9 \cdot 3 = 27$$

➢ Supongamos que el número 3 continúa realizando una multiplicación, esto es,

$$9 = 27 \cdot 3$$

$$9 = 81$$

Lo cual es totalmente falso, y se concluye que no es correcto que el número 3 siga multiplicando al pasar al otro lado del igual.

- Supongamos que el número 3 realizará una suma, esto es,

$$9 = 27 + 3$$
$$9 = 30$$

Observamos que también esta igualdad es falsa y que por lo tanto no es correcto decir, que si el número 9 está multiplicando al número 3, pase a sumar.

- Supongamos que el número 3 realizará una resta, esto es,

$$9 = 27 - 3$$
$$9 = 24$$

Nuevamente observamos que la igualdad no es correcta, con lo cual también es incorrecto pasar a restar al número 3 cuando éste hace una multiplicación con el número 9

- Finalmente supongamos que el número 3 realizará una división, esto es,

$$9 = \frac{27}{3}$$
$$9 = 9$$

Observamos que este resultado si es el mismo a ambos lados del igual, con lo cual se concluye que si el número que necesitamos mover, está multiplicando, entonces debe pasar a realizar una división al otro lado del igual.

2. ahora analizaremos el procedimiento para la división, y tomemos la siguiente expresión

$$\frac{9}{3} = 3$$

Intentaremos despejar el número 9

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Procedimiento:

- Escribiremos nuevamente la expresión dada:

$$\frac{9}{3} = 3$$

- Supongamos que el número 3 continúa realizando una división, esto es,

$$9 = \frac{3}{3}$$

$$9 = 1$$

Lo cual es totalmente falso, y se concluye que no es correcto decir que el número 3 siga dividiendo al pasar al otro lado del igual.

- Supongamos que el número 3 realizará una suma, esto es,

$$9 = 3 + 3$$

$$9 = 6$$

Observamos que también esta igualdad es falsa y que por lo tanto no es correcto, que si el número 3 está dividiendo al número 9, éste pase a sumar al otro lado del igual.

- Supongamos que el número 3 realizará una resta, esto es,

$$9 = 3 - 3$$

$$9 = 0$$

Nuevamente observamos que la igualdad no es la misma, por tanto, también es incorrecto pasar a restar al número 3 cuando éste divide al número 9

- Finalmente supongamos que el número 3 realizará una multiplicación, esto es,

$$9 = 3 \cdot 3$$

$$9 = 9$$

Observamos que este resultado si es el mismo a ambos lados del igual, con lo cual se concluye que si el número que necesitamos mover, está dividiendo, entonces debe pasar a realizar una multiplicación al otro lado del igual.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Ahora miraremos algunos ejemplos con operaciones combinadas:

- Despejar el número 10 de la siguiente expresión

$$10 \cdot 2 - 4 = 16$$

En este caso se observa que el número 10 está acompañado por el número 2 con el cual se está multiplicando y el número 4 con el cual se está restando. Por lo tanto:

- Supongamos que podemos iniciar el despeje, moviendo primero al número 2 y después al número 4, esto es,

$$10 - 4 = \frac{16}{2}$$

$$10 = 8 + 4$$

$$10 = 12$$

Lo cual es totalmente falso, y se concluye que no es correcto decir que el número que podemos mover primero es el 2.

- Supongamos que podemos iniciar el despeje, moviendo primero al número 4 y después al número 2, esto es,

$$10 \cdot 2 = 16 + 4$$

$$10 \cdot 2 = 20$$

$$10 = \frac{20}{2}$$

$$10 = 10$$

Observamos que este resultado si es el mismo a ambos lados del igual, con lo cual se concluye que si el número que necesitamos mover, está acompañado de números que están realizando con él una multiplicación y una resta (o suma) respectivamente, entonces se debe pasar primero al número que está restando (o sumando) y después al número que realiza la multiplicación.

- Despejar el número 20 de la siguiente expresión

$$20 \div 2 + 4 = 14$$

- Supongamos que podemos iniciar el despeje, moviendo primero al número 2 y después al número 4, esto es,

$$20 + 4 = 2 \cdot 14$$
$$20 + 4 = 28$$
$$20 = 28 - 4$$
$$20 = 24$$

Lo cual es totalmente falso, y se concluye que no es correcto decir que el número que podemos mover primero es el 2.

- Supongamos que podemos iniciar el despeje, moviendo primero al número 4 y después al número 2, esto es,

$$20 \div 2 = 14 - 4$$
$$20 \div 2 = 10$$
$$20 = 2 \cdot 10$$
$$20 = 20$$

Observamos que este resultado si es el mismo a ambos lados del igual, con lo cual se concluye que si el número que necesitamos mover, está acompañado de números que están realizando con él una división y una suma (o resta) respectivamente, entonces se debe pasar primero al número que está sumando (o restando) y después al número que realiza la división. Con lo cual se concluye que las operaciones tiene un orden siempre y cuando no existan signos de agrupación (paréntesis, corchetes, llaves).

- Finalmente miremos un ejemplo donde se involucren signos de agrupación:

Despejar el número 127 de la siguiente expresión:

$$(23 + 127) \div 2 - 10 = 65$$

- Supongamos que los signos de agrupación no tienen mayor importancia y procedamos a despejar el número 127 según lo aprendido, esto es,

$$(23 + 127) \div 2 - 10 = 65$$
$$(23 + 127) \div 2 = 65 + 10$$
$$(23 + 127) \div 2 = 75$$
$$127 \div 2 = 75 - 23$$
$$127 \div 2 = 52$$
$$127 = 2 \cdot 52$$
$$127 = 104$$

Lo cual es totalmente falso, y se concluye que no es correcto decir que los signos de agrupación no cumplen una función específica.

- Supongamos que podemos iniciar el despeje, teniendo en cuenta los signos de agrupación, esto es,

$$(23 + 127) \div 2 - 10 = 65$$
$$(23 + 127) \div 2 = 65 + 10$$
$$(23 + 127) \div 2 = 75$$
$$23 + 127 = 2 \cdot 75$$
$$23 + 127 = 150$$
$$127 = 150 - 23$$
$$127 = 127$$

Observamos que este resultado si es el mismo a ambos lados del igual, con lo cual se concluye que si el número que necesitamos despejar, está dentro de signos de agrupación, entonces se deben ir moviendo primero los números que no están siendo afectados por el signo de agrupación, liberando paso a paso la incógnita, aplicando ordenadamente cada una de las operaciones presentes en la ecuación.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

ACTIVIDAD 1.

Despeje el número indicado en cada una de las siguientes igualdades:

a. $10 \cdot 2 = 20$	despeje el número 10
b. $16 = 2 \cdot 8$	despeje el número 8
c. $12 \div 4 = 3$	despeje el número 12
d. $4 = 8 \div 2$	despeje el número 8
e. $15 \cdot 7 = 105$	despeje el número 7
f. $10 = 30 \div 3$	despeje el número 30
g. $17 \cdot 21 = 357$	despeje el número 17
h. $9 \cdot 5 = 3 \cdot 15$	despeje el número 5
i. $24 \div 4 = 3 \times 2$	despeje el número 2
j. $12 \cdot 9 \div 4 = 27$	despeje el número 4
k. $2170 = 31 \cdot 10 \cdot 7$	despeje el número 7
l. $23 \cdot 10 \cdot 3 = 690$	despeje el número 23
m. $94 \cdot 21 \cdot 15 \div 47 = 630$	despeje el número 21
n. $29572424 = 9436 \cdot 3134$	despeje el número 3134
o. $(19 - 3) \div 2 = 8$	despeje el número 3
p. $(927 - 329) \div 2 + 10 = 309$	despeje el número 10
q. $(1 + 2 + 37) \div 4 = 5 \cdot 2$	despeje el número 1
r. $(34 - 5) \div 29 = 1$	despeje el número 5

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 9.

Objetivo: Aprender a despejar una variable de una ecuación.

Nombre: ____

Grado: _________ Fecha: _______________

Lee atentamente la siguiente información:

Actividad inicial

En grupos de dos estudiantes, comenzaremos con una adivinanza:

1. Piensa un número.
2. Multiplícalo por 2.
3. Súmale 3 al resultado.
4. Multiplica el nuevo resultado por 5.
5. Ahora súmale 85.
6. Finalmente multiplícalo por 10.
7. Dile al profesor lo que te sale y te dirá, rápidamente, tu número inicial.

¿Podrías encontrar el truco utilizado para adivinar el número inicial?

Te mostraremos como hacerlo:

Llamaremos x al número que pensaste y n el resultado que te dio, escribiremos cada paso de la siguiente manera:

1. x
2. $2x$
3. $2x + 3$
4. $5(2x + 3)$
5. $5(2x + 3) + 85$
6. $10[5(2x + 3) + 85]$
7. n

Como el paso 6 es el último de todas las operaciones que realizaste, entonces lo igualaremos con el resultado que te dió, estos es:

$$10[5(2x+3)+85]=n$$

Ahora despejaremos la x :

$$[5(2x+3)+85]=\frac{n}{10}$$

$$5(2x+3)=\frac{n}{10}-85$$

$$5(2x+3)=\frac{n}{10}-\frac{85}{1}$$

$$5(2x+3)=\frac{n-850}{10}$$

$$2x+3=\frac{n-850}{(5)(10)}$$

$$2x+3=\frac{n-850}{50}$$

$$2x=\frac{n-850}{50}-3$$

$$2x=\frac{n-850}{50}-\frac{3}{1}$$

$$2x=\frac{n-850-150}{50}$$

$$2x=\frac{n-1000}{50}$$

$$x=\frac{n-1000}{(2)(50)}$$

$$x=\frac{n-1000}{100}$$

Luego si tú dices me dio 2500, entonces tu profesor hace:

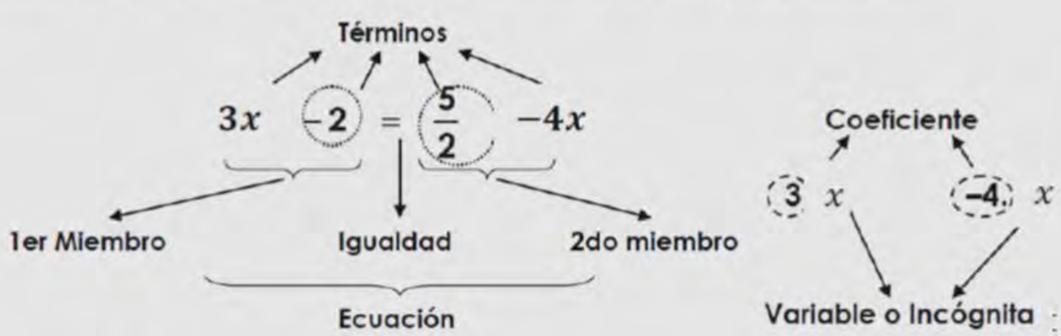
$$x=\frac{2500-1000}{100}$$

$$x = \frac{1500}{100}$$

$$x = 15$$

Lo cual debe corresponder al número que pensaste. Ahora uno de los integrantes dirá los pasos y encontrará el número pensado por su compañero, después cambian.

Como ves, podemos resolver problemas manejando expresiones en forma de relaciones numéricas, donde una o varias letras tengan un significado concreto, aunque desconozcamos sus valores. A estas letras se les llama incógnitas, variables o indeterminadas. Por tanto una ecuación es una igualdad que contiene una o más incógnitas. En una ecuación existen cantidades desconocidas (incógnitas), que en general se designan por letras minúsculas de la parte final del alfabeto: x, y, z. Y cantidades conocidas (coeficientes), que pueden designarse por letras minúsculas iniciales del alfabeto: a, b, c. Entonces, una ecuación está conformada por dos miembros: el primero, una suma algebraica de términos antes de una igualdad y luego de ella, el segundo miembro, que también consta de otra suma algebraica de términos. En dicha suma, pueden existir términos que contengan a la incógnita acompañada de un coeficiente y de términos independientes (Valores constantes que no contienen a la incógnita). Esto es:



-2 y $\frac{5}{2}$ son Términos Independientes

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

ACTIVIDAD 1. En los grupos de trabajo completar la siguiente tabla lanzando los dados algebraicos y registrando el resultado obtenido en la cara superior de cada uno.

Tabla 1. Registro de los datos obtenidos al lanzar los dados.

Primer miembro	Segundo miembro	Coeficiente	Variable	Término independiente	Ecuación

ACTIVIDAD 2. Despeja la variable en cada una de las ecuaciones representadas en la tabla anterior.

ACTIVIDAD 3. Lee, plantea en forma de ecuaciones y resuelve cada uno de los siguientes ejercicios:

a. La suma de dos números enteros consecutivos es igual a 175. ¿Cuáles son esos números?

b. En un partido de fútbol de se realizó el siguiente cambio: El número del jugador que salió es igual al número del que entra aumentado en tres. Si nos informan que el jugador que sale es el 20. ¿Cuál es el número del jugador que entró?

c. La edad de Juan es el triple de la edad de su hija, si Juan tiene 30 años. ¿cuál es la edad de la hija?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila

Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Guía de trabajo 10.

Objetivo: Aprender a despejar una variable de una ecuación.

Nombre: ____

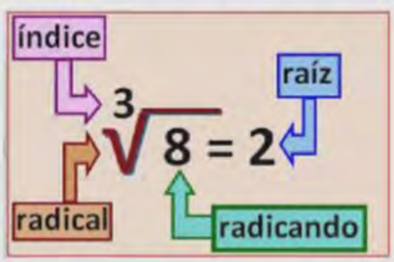
Grado: _________ Fecha: _______________

Despeje de ecuaciones

Para la radicación.

Recordemos primero algunos aspectos importantes de la radicación:

1. Para hallar la raíz de un número debemos tener en cuenta que debemos encontrar aquel número elevado al índice del radical dé como resultado la cantidad que está en el radicando.



2. La radicación es el proceso inverso (contrario) de la potenciación:

Índice de la raíz

raíz

radical

Si $a^n = b$,entonces $\sqrt[n]{b} = a$

cantidad subradical o radicando

3. Como estamos trabajando con números reales se debe tener en cuenta que

Si $\sqrt[n]{b} = a$ y **n** es par, entonces **a > 0**.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

Ahora si empezaremos nuestro trabajo de despeje:

1. Tomando como base la siguiente expresión

$$\sqrt{16 \cdot 4} = 8$$

Intentaremos despejar el número 16.

Procedimiento:

- Se observa que en este caso hay un solo número acompañando al 16, el cual corresponde al número 4 y además se encuentran dentro de la raíz cuadrada.
- Para definir la operación correcta que se debe realizar, inicialmente, debemos determinar el valor del índice de la raíz, el cual nos indica el exponente que debemos utilizar para simplificar el radical, finalmente, se realiza el proceso de despeje de la variable aprendido en las guías de trabajo correspondientes a la suma, resta, multiplicación y división:

➢ Escribiremos nuevamente la expresión dada:

$$\sqrt{16 \cdot 4} = 8$$

➢ Como el índice de la raíz es igual a 2 entonces se tiene que,

$$16 \cdot 4 = 8^2$$

$$16 = \frac{64}{4}$$

$$16 = 16$$

Observamos que este resultado sí es el mismo a ambos lados del igual.

2. Tomando como base la siguiente expresión

$$\sqrt[3]{8 \cdot 5 - 13} = 3$$

Intentaremos despejar el número 5.

Procedimiento:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

- Se observa que en este caso hay dos números acompañando al 5, el 8 con el que se está multiplicando y el 13 con el que se está restando, y además se encuentran dentro de la raíz cúbica.

➢ Escribiremos nuevamente la expresión dada:

$$\sqrt[3]{8\cdot 5-13}=3$$

➢ Como el índice de la raíz es igual a 3 entonces se tiene que,

$$8\cdot 5-13=3^3$$
$$8\cdot 5-13=27$$
$$8\cdot 5=27+13$$
$$8\cdot 5=40$$
$$5=\frac{40}{8}$$
$$5=5$$

Lo cual observamos es correcto.

2. Tomando como base la siguiente expresión

$$\sqrt[4]{15\div 3+11}=2$$

Intentaremos despejar el número 15, pero esta vez esconderemos el número con la letra x, esto quiere decir que para nuestro caso $15=x$. Así que nuestra expresión la escribiremos ahora con el número escondido, o sea con la letra y no con el número, esto es:

$$\sqrt[4]{x\div 3+11}=2$$

Procedimiento:

- Se observa que en este caso hay dos números acompañando a la x, el 3 con el que se está dividiendo y el 11 con el que se está sumando, y además se encuentran dentro de la raíz cuarta.

➢ Escribiremos nuevamente la expresión dada:

$$\sqrt[4]{x \div 3 + 11} = 2$$

➢ Como el índice de la raíz es igual a 4 entonces se tiene que,

$$x \div 3 + 11 = 2^4$$
$$x \div 3 + 11 = 16$$
$$x \div 3 = 16 - 11$$
$$x \div 3 = 5$$
$$x = 3 \cdot 5$$
$$x = 15$$

Ahora si sacamos nuestro número escondido encontramos que

$$15 = 15$$

Lo cual observamos es correcto. Con lo cual se concluye que si el número que necesitamos mover, está dentro de una raíz, entonces debe eliminarse primero la raíz y ahí si despejar la variable, además nos pudimos dar cuenta que podemos esconder el número que queremos despejar y el resultado es el mismo. De esta manera también podemos concluir que en matemáticas las letras son la representación de números escondidos, que podemos encontrar despejándola de la ecuación presentada.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
"ANA ELISA CUENCA LARA"
Yaguará – Huila
Preescolar, Básica, Educación Media Académica, Educación Media Técnica-especialidad Inglés, en Jornada diurna única y Educación Formal y de adultos en los niveles de Básica-ciclo secundaria y Media Académica en jornada semipresencial-fin de semana. Resolución No. . 1375 de abril 30/2012. Calendario A. Nit 891.102.364-7 - DANE 141885000013 - CODIGO ICFES 029751 Fin de semana 105346 Tel. 8383007 - Fax 8383109

ACTIVIDAD 1.

Despeje el número indicado en cada una de las siguientes igualdades:

a. $\sqrt{10+6}=4$	despeje el número 10
b. $15=\sqrt{2\cdot 8+9}$	despeje el número 8
c. $\sqrt[3]{32\div 4}=2$	despeje el número 32
d. $2=\sqrt{8\div 2}$	despeje el número 8
e. $\sqrt[3]{15\cdot 7-41}=4$	despeje el número 7
f. $3=\sqrt[2]{30\div 3-1}$	despeje el número 30
g. $\sqrt[3]{17\cdot 21-14}=7$	despeje el número 17
h. $\sqrt{5x}=3\cdot 15$	despeje la x
i. $\sqrt{x\div 4}=3\cdot 2$	despeje la x
j. $\sqrt{12y}\div 4=27$	despeje la y
k. $20=\sqrt{10\cdot 2t}$	despeje la t
l. $\sqrt[4]{2m}\cdot 3=12$	despeje la m
m. $\sqrt[3]{n\div 7-8}=3$	despeje la n

Bibliografía

Arrieche, M. (2005). Factores condicionantes del rendimiento académico en matemática de los estudiantes de básica, media, diversificado, profesional y superior. Ponencia presentada en la XIX Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), Montevideo - Uruguay.

Ausubel, D. (2002). Adquisicion y retencion del conocimiento: una perspectiva cognitiva. Ibérica. España. Paidos. Pag., (12, 28)

Butto, C. (2005). Introducción temprana al pensamiento algebraico: una experiencia en la escuela primaria. México.

Camero Tavera, D. I. (2014). Comprender e interpretar los modelos mentales que se manifiestan en los procesos de transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en la resolución de problemas. Una propuesta de aproximación al pensamiento algebraico. (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales.

Carraher, D. W., y Schliemann, A. L. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In: LESTER, F. (Ed.) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Charlotte. p. (669 – 705).

Colín, M., Martínez, G., y Farfán, R. (2006). De la Aritmética al Cálculo: la raíz cuadrada y sus disfunciones en el discurso matemático escolar. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 5(1) 45-78.

Da Rocha, J. (1997). Lenguaje Algebraico. Un enfoque Psicológico. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 14, Octubre, 25 – 38.

Derechos básicos de aprendizaje.

Durán, D. (2004). Matemática 80 de Educación Básica. 1a Edición. Caracas: Santillana.

Durán Ponce, R. (1999), Reconocimiento de patrones en secuencias numéricas y de figuras, por alumnos de sexto grado de primaria, Tesis de maestría, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav, IPN.

Estándares básicos de Matemáticas. MEN. Bogotá, 2006.

Filloy, E. y T. Rojano (1989), "Solving Equations: The Transition from Arithmetic to Algebra", For the Learning of Mathematics, vol. 9, núm. 2, pp. 19-25.

Giraldo Huertas, Juan José (2006). Del paso de la aritmética al álgebra para un psicólogo cognitivo: más investigación y menos temas. Recuperado de http://wb.ucc.edu.co/pensandopsicologia/files/2010/09/articulo-05-vol2-n2.pdf.

Kieran, C. (2006). Research on the Learning and Teaching of Algebra. En Gutiérrez y Boero (Eds). Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Sense. pp. 11-49.

Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. Enseñanza de las Ciencias, 7 (3), pp. 229 – 240.

Leal, A. (2000). Efecto de la Estrategia Instruccional "Mas allá de la Aritmética" en el Proceso de Transición de la Aritmética al Álgebra en el 7º. Grado de la Escuela Básica. Tesis de Grado no publicada. Postgrado Interinstitucional en Matemática, UCLA-UNEXPO-UPEL.

Lineamientos curriculares (1998). MEN. Bogotá, 2002.

Malisani, Elsa. (1999). Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico. Recuperado de Revista Irice. ISSN: 0327-392X. Argentina,

Mateus, J. (2008). La enseñanza y el aprendizaje del álgebra: una concepción didáctica mediante sistemas informáticos. Tesis doctoral no publicada. Ciudad de La Habana, Cuba.

Mesa Betancur., O. (1998). Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas. Un ejemplo con los números para contar. Instituto de educación no formal, centro de pedagogía participativa. Medellín, Colombia.

Moreira, M. A. (2000). Aprendizaje significativo: La visión clásica. Recuperado de Texto de apoyo. Universidad Federal de Rio Grande. Brasil. Vol.; 2. No 6. p. 33-52.

Obando Zapata., G., y Munera Cordoba., J. J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. En: Revista Educación y Pedagogía. Medellín: Universidad de Antioquia, facultad de educación .Vol.; 15. No 35. (Enero- Abril).

Olfos Ayarza, R., Soto Soto, D. y Silva Crocci, H. (2007). Renovación de la enseñanza del algebra elemental: Un aporte desde la didáctica. En: Estudios Pedagógicos. Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile. No 2; p. 81-100.

Ortiz, J. (2002). Modelización y Calculadora Gráfica en la Enseñanza del Álgebra. Estudio Evaluativo de un Programa de Formación. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.

Ortiz Capilla, M. A. (2000, junio). El lenguaje algebraico en la escuela: como conseguir un equilibrio entre la investigación y la práctica. GPP matemáticas. Recuperado de http://edumat.uab.cat/contexto/postgrau/activitats/tutormates/6al/el%20lenguaje%20algebraico.pdf

Palarea Medina, M. M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. Recuperado de http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/091-098.pdf.

Palarea Medina, M. M. (1999). La adquisición del lenguaje algebraico: Reflexiones de una investigación. En: Revista de didáctica de las matemáticas. Vol.; 40 (Diciembre). p. 3-28.

Rojas, P. J. (1999). La transición aritmética-álgebra. Santa Fe de Bogotá, D.C., Colombia: Gaia.

Rúa, J. y Bedoya, J. (2010). Modelos de situaciones problema para la movilización y evaluación de competencias matemáticas. Universidad de Medellín.

Ruiz, J. (1996). La investigación Cualitativa. Metodología de la investigación cualitativa. Bilbao: Universidad de Deusto, Pp. 11-50.

Saavedra, J. y Silveira, A. (2011). Algunas dificultades en el concepto de variable. Universidad de la República.

Sánchez, N. y Guerrero, F. (2004). Formación de Profesores en la Transición Aritmética al Álgebra. Formación de profesores. En G. Martínez (Ed.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. (17). México: CLAME, Pp. 590.

Sierra Tortosa, G. (2010). Didáctica del Álgebra. Recuperado de http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revis-ta/pdf/Numero_26/GUILLERMO_SIERRA_TORTOSA.pdf

Socas, M. (1999). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En Rico, L. (Coord.). La Educación matemática en la enseñanza secundaria. Barcelona: I.C.E/Horsori.

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Colombia: Universidad de Antioquia.

Tangarife Cardona, D. (2013). T*ransición del pensamiento numérico al pensamiento algebraico a través de la estrategia didáctica-algeblocks.* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales.

Valencia Muñoz, P. A. (2015). *Propuesta para la enseñanza en el aula del concepto de variable algebraica a través de situaciones problema* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín.

Vygostky, L. S. (1978), “Mind in Society”, en The Development of Higher Psychological Processes, Harvard University Press.

PÁGINAS WEB

http://www.vitutor.com/ab/p/a_4e.html

http://www.vitutor.com/ab/p/a_2e.html

http://www.vitutor.com/ab/p/a_1e.html